Mathematik
Sechstes Schuljahr

Das Neue an diesem Lehrgang ist, daß du alle Aufgaben in Bilder umsetzen sollst, bevor du rechnest.
Erscheint dir das als überflüssige Mühe?
Nun, ist das Rechnen nicht oft langweilig, weil man nur Zahlen auf dem Papier hin – und herschiebt? Mit der Umsetzung in Bilder wird aus jeder Rechnung eine Geschichte und man tut sich vor allem beim Lösen von Textaufgaben leichter. Jede Textaufgabe ist ja eine kleine Geschichte.
Vielleicht gehörst du zu denen, die nicht gerne Geschichten lesen.
Da kann ich dir sagen: Geschichten werden erst schön, wenn man sie in Bilder umsetzt und so seinen eigenen Film sieht. So etwas nennt man auch „inneres Kino“
Alles was man lernen soll, behält man besser, wenn man sich Bilder dazu vorstellt, und diese dann wieder vor das „innere Auge“ oder auf den „inneren Bildschirm“ holen kann.

Vielleicht haben dir auch schon ältere Schüler erzählt, Bruchrechnen sei sauschwer?
Da kann ich dir sagen: Mit bildhaften Vorstellungen wird Bruchrechnen zum Kinderspiel. Ja, zum Kinderspiel! Aber man muß die Bilder auch sehen!

<u>Bruchrechnen konntest du schon im Kindergarten</u>

Glaubst du nicht, daß Kinder im Kindergartenalter schon Bruchrechnen können?
Könnte unsere erste Aufgabe oder erste Geschichte sich so im Kindergarten abspielen oder nicht?

6. 1) Frank hat zu seinem Geburtstag von der Erzieherin eine Tafel Schokolade geschenkt bekommen.
(Siehst du Frank mit seinem Geschenk?)
Vorsorglich zieht er sich damit an ein Tischchen in einer Ecke zurück.
(Siehst du ihn auch dort? Mit …)
Aber da ist Milan schon neben ihm.
(Jetzt haben wir schon einen kleinen Film. In Filmen wird auch gesprochen.)
„An meinem Geburtstag habe ich ehrlich mit dir geteilt!“ sagt Milan.
„Na gut, stimmt ja auch“, seufzt Frank.
(Warum seufzt er? Hörst du ihn?)
Was bekommt jeder, wenn Frank ehrlich teilt?
(Das kannst du wohl schon sehen!)
Schreibe das Ergebnis in der kürzesten mathematischen Schreibweise!
(Das werden wir gleich lernen!)

Wenn du dir jetzt die Fingerspitze anfeuchtest, um die aus dem reißenden Silberpapier rieselnden Schokoladekrumen aufzutippen, dann ist deine bildhafte Vorstellung schon sehr gut!
Denn was tut Frank? (Und das kann doch ein Kindergartenkind schon!)
Milan könnte mißtrauisch sein, und die beiden Stücke, in die Frank die Tafel *gebrochen(!)* hat, aneinanderhalten und sehen, ob sie gleichgroß sind.
Wenn das so ist, haben wir unser Ergebnis. Wie würdest du es formulieren?
Vielleicht so: Jeder bekommt die Hälfte.
Oder auch so: Jeder bekommt eine halbe Tafel.
Beides richtig. Die Hautsache, du siehst es! Denn dann wird dir auch nicht schwer fallen, zu verstehen, was jetzt kommt. Nämlich der letzte Satz der Aufgabe!
„Mathematik ist eine Art höherer Faulheit“, pflegte einer meiner Mathelehrer oft zu sagen. Und „Faulheit“, das heißt ja auch, nicht mehr schreiben zu müssen, als unbedingt nötig.
Die Tafel wurde in zwei Teile *gebrochen.*

Kurz schreibt man das mit **Bruchstrich** so: $\frac{\;}{2}$! Na, wie sieht das denn aus?
Die 2 unter dem Bruchstrich erzählt, daß hier etwas in zwei Hälften gebrochen wurde oder auch durch zwei (Frank und Milan) geteilt, ach ja, dividiert wurde.
Soweit gut. Und was hat jeder bekommen? Haben wir ja schon gesagt.

Das schreibt man dann so: $\frac{1}{2}$ In Worten: Ein Halb! (Ist das schwer?)
So lautet unsere Antwort: Jeder bekommt $\frac{1}{2}$

6. 2) Kaum hat Frank die Tafel in zwei Hälften gebrochen, so kommen Aische und Maria gerannt und verlangen ebenfalls ihren gerechten Anteil.
Welcher Bruchteil seiner Schokolade bleibt Frank nun übrig?

Vielleicht kannst du schon den Bruch nennen?

Was wird Frank tun? Na, auch das kann ein Kindergartenkind schon: Er bricht beide Hälften nochmals in der Mitte durch und dann hat er vier gleichgroße Teile vor sich liegen.
(Siehst du das?)

Was muß dann unter dem Bruchstrich stehen? Kinderspiel! Klar: 4
Und jedes der vier Kinder bekommt $\frac{1}{4}$ (Ein Viertel)

6. 3) Natascha hat drei Freundinnen eingeladen. Mit geröteten Wangen holt sie die selbstgebackene Pizza aus dem Backofen.
(Siehst du sie? Benutzt sie Topflappen oder Handschuhe?)
Mit einem Küchenmesser teilt sie die Pizza so, daß jedes Mädchen einen gleichgroßen Anteil bekommt.
(Ist es deine Lieblingspizza? Kannst du sie riechen?)
Sie räumt die Küche auf und bringt noch schnell den Müll runter.
Als sie zurückkommt, hat irgendein freches Wesen, Schwesterchen, Hund oder Katze ein Stück Pizza geklaut.
Welcher Bruchteil ihrer Pizza ist Natascha geblieben?
(Du kannst meine Lösungsvorschläge abdecken und deine eigene Lösung versuchen.)

Wie viele Mädchen warten es? Naschi und ihre drei Freundinnen!
Siehst du nun die zerschnittene Pizza?
Dann ist ein Stück weg.

So viele Stücke sind da: <u>3</u> **Zähler**
Durch so viele wurde geteilt: 4 **Nenner**

Der Nenner nennt uns also die Anzahl der Teile, in die das Ganze – hier die Pizza – zerlegt wurde, der Zähler sagt, wie viele Teile oder Stücke gerade vorhanden sind.

6. 4) Was mag ein Pfälzer meinen, wenn er sagt: „Es ist dreiviertel zwölf"?

Pfälzer Kinder haben hier keine Schwierigkeiten. Aber Deutschland ist ja groß! Fällt dir zu „zwölf" irgendein Bild ein? Du hast täglich damit zu tun!

Na, vielleicht eine große runde Uhr, wie man sie auf Kirchtürmen oder an Bahnhöfen sieht? Wo stehen die Zeiger?

Wie würde man in korrektem Hochdeutsch zu dieser Uhrzeit sagen?
Ja, richtig: „Es ist viertel vor zwölf!“

Der Pfälzer meint mit seiner Aussage, daß der große Zeiger der Uhr $\frac{3}{4}$ seines Weges zur vollen Stunde zurückgelegt hat. Übrigens: Wenn der kleine Zeiger knapp hinter der Elf stünde, und der große auf der Drei, würde der Pfälzer sagen: „es ist viertel zwölf.“, während ein korrekter Hannoveraner die Uhrzeit wohl mit „viertel nach elf“ angeben würde.

Bleiben wir noch ein wenig bei der Uhr. Du kannst dir sicher gut eine Viertelstunde, eine halbe Stunde, drei Viertel einer Stunde vorstellen.
Was passiert, wenn wir zu den drei Vierteln noch eines hinzufügen? Genau so, wie wenn das fehlende Stück von Naschis Pizza wieder auftauchen würde?
Na, dann hätten wir wieder die ganze Stunde, oder die ganze Pizza.
(Was fragt dich da denn auch der Alte für blödes Zeug? Gemach, ich habe es erlebt, daß Zehntklässer einer Hauptschule das nicht wußten!)

In Matheschrift heißt das: $\frac{4}{4} = 1$ (Vier Viertel ist gleich ein Ganzes!)

Und wie ist es dann mit $\frac{8}{8}; \frac{7}{7}; \frac{16}{16}; \frac{100}{100}$?

Bist du jetzt sauer, weil ich dich solches Zeug frage?

Bleiben wir noch kurz bei der Uhr. Rund um das Ziffernblatt stehen ja Zahlen, die die Stunden angeben. Frage: Welcher Anteil des Ganzen ist dann eine Stunde?
Klar: $\frac{1}{12}$

Jetzt noch einen drauf: Wie viele Zwölftel sind dann in einem Viertel des Uhrenblattes enthalten? Wenn du dir die Uhr genau vorstellst, siehst du es!
Die erste Viertelstunde geht von der Zwölf bis zur Drei. Dann können wir sagen:

$$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

Siehst du das Bild deutlich? Du wirst noch viel mit solchen Bildern zu tun bekommen.

Ebenso mit unzähligen Brüchen. Darum jetzt eine Übung im Vorstellen. Sehe bitte folgende Brüche einmal von einem runden Ganzen (Uhr, Pizza, Käsekuchen, Obstkuchen, Torte, Hamburger, was dir schmeckt) einem langen Ganzen wie zum Beispiel einem französischen Weißbrot, einer Laugenstange, oder von einem Stock, der in Stücke gesägt wird, und auch von einem viereckigen Ganzen wie unsere Tafel Schokolade.

$$\frac{4}{7}; \frac{7}{8}; \frac{7}{12}; \frac{5}{6}; \frac{2}{3};$$

6. 5) An Aisches Geburtstag muß Frank wegen Bauchweh zuhause bleiben. So sitzen nur Milan und Maria erwartungsvoll mit am Tischchen, als Aische ihre Tafel Schokolade bekommen hat. „In drei Stücke geht das nicht!“ sagt Milan. Die Erzieherin bringt wortlos einige Servietten.
Wie wird Aische nun die Schokolade mit ihren Freunden teilen?

Kindergartenkinder können in der Regel noch nicht rechnen, aber teilen. Hast du schon ein Bild? Warum hat die Erzieherin die Servietten gebracht?

Also, ich höre zuerst Papier reißen und dann Stanniol. Jetzt liegt die blanke Tafel Rippe an Rippe auf dem Silberpapier. Dann nimmt Aische in jede Hand eine Serviette. Maria und Milan legen je eine Serviette vor sich hin. (Hörst du das *Brechen* der Schokolade?)
Aische beim Verteilen: „Mir eine, dir eine, ihm eine, mir eine, dir eine, ihm eine …“
So kommt jedes der Kinder zu seinem Drittel.
Und du siehst nun, daß ein Ganzes auch aus einer Anzahl von Schokoladenrippen bestehen kann.

6. 6) Die Rippen der Tafel Schokolade sind in 6 Reihen zu je vier Rippen angeordnet. Wie viele Rippen kommen auf $\frac{1}{3}$ des Ganzen?

Wie viele Rippen sind es?

6 Reihen, in jeder 4 Rippen, also:

$6 * 4 = 24$

Diese 24 Rippen hat Aische an Milan, Maria und sich selbst, also an 3 Kinder zu verteilen.
Du hast natürlich längst im Kopf ausgerechnet, wie viele Rippen ein Kind bekommt. Wichtig ist jetzt die Bruchschreibweise. Wir wissen, was die Zahl unter dem Bruchstrich und die Zahl über dem Bruchstrich sagt. (Oder nicht? – Nachdenken oder Nachblättern!)

Auf Marias Serviette ist die Gesamtzahl der Rippen <u>ein Drittel mal</u> da. Darum schreiben wir:

$24*\frac{1}{3} = 8$

6. 7) Aische schenkt ihren Anteil Maria.
a) Welchen Bruchteil der ganzen Tafel hat Maria nun?
b) Wie viele Rippen sind es?

Schon wieder zu leicht? Trotzdem unser Bild: Erst hat Aische die Rippen auf drei Servietten *verteilt.* Sie, Maria und Milan hatten dann je ein Drittel der ganzen Tafel. Nun schiebt sie ihre Serviette neben Marias Serviette. Klar, was nun vor Maria liegt: Nämlich zwei Drittel des Ganzen! Siehst du, was vor Milan und was vor Maria liegt?

Wie viele Rippen es sind, weißt du natürlich auch längst. Wie muß es in der Schreibweise des Bruchrechnens aussehen?

$24 * \frac{2}{3} = 16$

Falls irgend jemand Schwierigkeiten damit haben sollte:

$24*\frac{1}{3} = 24 : 3 = 8$

$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 2* \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

$8 + 8 = 2* 8 = 16$

Also bedeutet *$\frac{1}{3}$, daß ein Ganzes in drei Teile zerlegt wurde, und ein teil davon vorhanden ist. Wie sieht es aus, wenn *$\frac{3}{4}$ dasteht? Kinderspiel. In der Praxis läßt man aber oft auch das Multiplikationszeichen weg: Da steht dann: $\frac{3}{4}$kg, $\frac{3}{4}$m, $\frac{3}{4}$l, oder auch $\frac{3}{4}$x. Letzteres besagt lediglich, daß von einer noch unbekannten Zahl hier drei Viertel gemeint sind.

Nun teilen wir die 24 Rippen mal anders:

24 *. $\frac{1}{6}$ = ...;
24 * $\frac{3}{6}$ = ...;
24 * $\frac{5}{6}$ = ...;
24 * $\frac{2}{6}$ = ...;

Die Ergebnisse muß ich Dir hier doch nicht angeben, oder? Wäre doch fast eine Beleidigung. Wenn Du trotzdem unsicher bist: Stelle Dir die Tafel und ihre jeweilige Teilung vor und zähle nach. Gelingt auch das nicht ganz, dann zeichne. Damit erwirbst Du Dir eine neue Erfahrung, nämlich, daß eine gut trainierte Vorstellungskraft Arbeit erspart!

Man kann die 24 Rippen auch anders teilen:

24 * $\frac{3}{8}$ = ...;
24 * $\frac{5}{8}$ = ...;
24 * $\frac{4}{8}$ = ...,
24 * $\frac{2}{8}$ = ...;
24 * $\frac{7}{8}$ = ...;

6. 8) Max und Moritz haben ein neues Dach auf den Hühnerstall der Witwe Bolde gesetzt. Diese gibt ihnen einen Hunderteuroschein.
„Ich habe die ganzen Ziegeln besorgt“, sagt Moritz, „darum steht mir ein Anteil von drei Vierteln zu!“
Max ist einverstanden. Wieviel bekommt Moritz?

Da stehen Max und Moritz also und einer hält den hunderter in der Hand. Was nun?
Klar! Wechseln!
Weißt du schon welche Scheine oder gar Münzen sie brauchen? Starten wir doch mal einen Versuch!
Der hunderter wird erst mal in zehn Zehneuroscheine gewechselt.
Wir versuchen diese auf vier Häufchen zu verteilen. Was geschieht?
Wenn auf jedem Häufchen je zwei Zehner liegen, bleiben nur noch zwei Zehner übrig.
Wie verteile ich die auf vier Häufchen?
Klar! Umgewechselt in Fünferscheine oder Münzen. Dann kommen auf jedes Häufchen noch fünf Euro.
Moritz sackt drei Häufchen ein, also 3 * 25 = 75 (Euro)

So Manche oder so Mancher greift sich jetzt wohl an den Kopf und sagt: „Erklärt der Alte doch wieder so umständlich!“

Ja, die haben nämlich gleich gerechnet:

$100€ \overrightarrow{:4} 25 \overrightarrow{3} 75$

Ja, ihr lieben jungen Leute, ich verstehe Euch. Aber nicht jeder ist so gut in Mathe wie ihr. Bei der nächsten Aufgabe nehmen wir dann mal schwerere Zahlen.

6. 8) Martina möchte Ein neues Gericht ausprobieren. „Geben Sie $\frac{6}{8}$ kg Zucker zu der zerlassenen Butter in die Pfanne“, steht da.
„Wie mache ich das denn?“ seufzt Martina, Das steht doch nicht auf der Waage!“

Na, aber da sind doch erst 999 Gramm zu sehen, bevor „1 kg“ kommt! (Ebenso auf einem Meßbecher!) Also auch hier „Umwechseln in kleinere Münze“! Ein Kilogramm (kg) enthält also 1000 Gramm (g).

$1000g \overrightarrow{:8} 125g \overrightarrow{6} 750g$

Wem auch das zu leicht war, der soll nun voll auf seine Kosten kommen. Denn bei der folgenden Aufgabe glaubte ich selbst lange, daß ich sie erst stellen dürfte, wenn die Kinder schon gelernt hätten, Gleichungen aufzustellen und zu lösen. Mit der bildhaften Vorstellung geht es aber ganz leicht. Allerdings nur, wenn man sich wirklich genau vorstellen kann, was bei der Zerlegung in Bruchteile geschieht.

Ich schlage vor, du deckst erst mal meine Lösungshilfen ab, und versuchst, die Aufgabe allein zu lösen. Bei Schwierigkeiten deckst du die nächste Zeile auf, und versuchst es mit der ersten Anweisung. Erst wenn es dann auch noch nicht klappt, zur nächsten gehen.

6. 9) Frau Kuchenbauer hat für ihre drei Söhne Dampfnudeln gebacken. Die Söhne halten zu verschiedenen Zeiten Brotzeit. Der erste ißt $\frac{1}{3}$ der gebackenen Dampfnudeln und geht wieder in den Stall. Der zweite ißt $\frac{1}{3}$ des Rests und geht wieder aufs Feld. Der dritte kommt aus der Werkstatt und ißt $\frac{1}{3}$ der Dampfnudeln, die noch da sind. 8 Dampfnudeln bleiben übrig. Wie viele hat Frau Kuchenbauer gebacken?
Wenn du beim Lesen alles in Bilder umgesetzt hast, ist dir vielleicht schon eine Lösungsmöglichkeit eingefallen. Aber die Kurzfassung macht alles erst mal übersichtlicher.

Kurzfassung:
Dampfnudeln / **1**. $\frac{1}{3}$ (vom Ganzen)/ **2**. $\frac{1}{3}$ vom Rest/ **3**. $\frac{1}{3}$ der noch vorhandenen/ 8 übrig

1. Hinweis: Fange bitte von hinten an.

2. Hinweis: Was hat der dritte Sohn mit den noch vorhandenen Dampfnudeln getan? (Siehst du es genau?)

3. Hinweis: In welche Bruchteile hat er die Dampfnudeln eingeteilt?

4. Hinweis: Wie viele dieser Teile blieben liegen?

5. Hinweis: Wenn er ein Drittel aß, blieben zwei Drittel übrig.

6. Hinweis: Wenn 8 Dampfnudeln $\frac{2}{3}$ sind, wieviel ist dann $\frac{1}{3}$? $\frac{3}{3}$?
Damit hast du die Anzahl der Dampfnudeln, die der dritte Sohn vorfand, beziehungsweise der zweite übrigließ.
Wie viele fand der zweite vor? (dieselbe Rechenweise. Bild!)
Welcher Bruchteil aller gebackenen Dampfnudeln ist das? (der erste hatte ein Drittel davon weggenommen!)
Wie viele Dampfnudeln hatte dann Frau Kuchenbauer gebacken?

In Rechenschritten:

Der Dritte	Der Zweite	Der Erste	Gebacken
$\frac{2}{3} = 8$	$\frac{2}{3} = 12$	$\frac{2}{3} = 18$	27 Dampfnudeln
$\frac{1}{3} = 4$	$\frac{1}{3} = 6$	$\frac{1}{3} = 9$	
$\frac{3}{3} = 12$	$\frac{3}{3} = 18$	$\frac{3}{3} = 27$	

Leider kannst du mir nicht sagen, wie es dir erging. Ich wüßte dann genau, wie ich jetzt für dich weitermachen könnte.

Wenn dir gar nichts gelang, sei bitte nicht traurig. Es war wirklich eine schwierige Aufgabe. Ein Kind lernt ein bestimmtes Fach eben schneller, das andere langsamer.
Aber vielleicht hast du mitbekommen, wie wichtig unsere vorgestellten Bilder sind. Darum empfehle ich allen, die Schwierigkeiten hatten, sowohl die Aufgabe als auch die Lösung noch einmal durchzugehen und dabei alles in Bildern zu sehen.

Nun zwei leichtere Aufgaben. Wer sich stark fühlt, mag sie überspringen.

6. 10) $\frac{3}{4}$ Liter meines Lieblingsrotweins kosten 6 Euro. Wieviel würde ein Liter kosten?

Du kannst dir einen gezeichneten Meßbecher vorstellen. Drei Viertel sind rot ausgefärbt. Das oberste Viertel bleibt weiß. Neben jedes rote Viertel kommt das entsprechende Geld. Hast du die Lösung schon?

Die sechs Euro werden auf drei Viertel *verteilt*. Also kommen neben jedes Viertel 2 Euro. Nicht schwer, sich vorzustellen, daß für den ganzen Liter auch neben das leere Viertel zwei Euro kommen.

Rechnung:
$\frac{3}{4}$ kosten 6€
$\frac{1}{4}$ kostet 2€   (6 : 3)
$\frac{4}{4}$ kosten 8€   (2 * 4)

6. 11) Bernie will sich ein Mikroskop kaufen. 80 Euro hat er bereits gespart. Das sind $\frac{5}{6}$ des Kaufpreises.

(Schwierigkeiten mit dem „Das“? Wenn du Bernie mit den 80€ vor sich am Tisch siehst, ist die Verbindung wohl klar!)

Wie stellen wir uns $\frac{5}{6}$ vor? Das darf ruhig eine Pizza sein, in sechs Stücke zerschnitten, eins fehlt. Vielleicht ist die Vorstellung, nun auf die verbliebenen Stücke Geld zu legen, zu unappetitlich? Nehmen wir sechs gleichgroße Kästchen nebeneinander. In fünfen ist Geld. Aber wieviel jeweils? 8 Zehner können wir nicht in fünf Kästchen verteilen. (Siehst du das?) Also wechseln wir in kleinere Münze. Dann haben wir:

80€ : 5 = 16€

16€ in einem Kästchen. Dann kommen in sechs Kästchen:

16€ * 6 = 96€

Vielleicht verlangt dein Mathematiklehrer in der Schule schon Umkehrrechnungen von dir. Das sähe dann bei Aufgabe 6. 10) so aus:
$\frac{3}{4}$ des noch unbekannten Preises waren 6€. Was war mit dem Preis geschehen?

$\square \quad \overrightarrow{:4}\overrightarrow{3}6€$

Wie hatten wir gerechnet?

$8€\overrightarrow{4}2€\overrightarrow{:3}6€$

Die Bilder, die wir uns machen können, sind dieselben. Anders ist nur die Schreibweise!

Könntest du die Aufgabe 6. 11) ohne Hilfe in diese Schreibweise umsetzen? Wenn ja, abdecken!

Die Lösung:

$\square \quad \overrightarrow{:6}\overrightarrow{5}80$

$96\overrightarrow{6}16\overrightarrow{:5}80$

6. 12) Uwe hat bei den Bundesjugendspielen den Schlagball 36 Meter weit geworfen. „Das sind ja nur $\frac{3}{4}$ von dem, was ich geworfen habe!“ stichelt Torsten. Wie weit hat Torsten geworfen?

Siehst du die Markierungen beim Weitwurf? Das ist ja wie ein Zahlenstrahl.
In wie viele gleichgroße Teile müssen wir Uwes Weite einteilen?
(Frage ich mal wieder blöd?)

Weißt du die Lösung schon?

$\frac{3}{4}$ entsprechen 36 m
$\frac{1}{4}$ entspricht 36m: 3 = 12m
$\frac{4}{4}$ entsprechen 12m * 4 = 48m

Für die Aufstellung der Umkehrrechnung müssen wir uns klarmachen, daß Torstens Weite das unbekannte Ganze ist, und $\frac{3}{4}$ davon Uwes Weite.

$\square \quad \overrightarrow{:4\,3}\,36$

$48 \quad \overrightarrow{4:3}\,36$

Atempause

Weißt Du noch, was der Nenner eines Bruches ist, und was er aussagt? (Entschuldige bitte, wenn ich Dich langweile oder ärgere, aber als Lehrer habe ich da so meine Erfahrungen.)
Wenn Deine Bilder verfügbar sind, dann siehst du jetzt wohl eine mittendurch gebrochen Tafel Schokolade oder eine zerschnittene Pizza. Daneben der zugehörige Bruch und unter dem Bruchstrich steht, in wie viele Teile das Ganze eingeteilt wurde. Ja klar doch!
Und wenn die Pizza - oder welche runde Fläche auch immer - gerade eben geschnitten wurde, aber noch kein Stück weggenommen wurde, was muß dann über dem Bruchstrich stehen? - Ja, klar! Dieselbe Zahl, die unter dem Bruchstrich steht! Denn wenn ich etwas in Achtel zerschneide dann sind es acht Stücke.
Also sind acht Achtel ein Ganzes. In Bruchschreibweise sieht das so aus: $\frac{8}{8}$ = 1; (Es fehlt noch kein Stück!)
Übung: Stelle Dir nun selbst einmal einige zerteilte Sachen als Ganze vor und stelle dir den Bruch dazu vor.

Jetzt stellen wir uns vor, auf der Theke der Konditorei stehen 3 Torten. Zwei davon sind noch ganz, aber von der dritten fehlt ein Viertel. Ist das Bild samt Geruch da? Läuft das Wasser im Mund zusammen?
Also Zwei Ganze und drei Viertel, das schreibt man so: $2\frac{3}{4}$; Verstanden?

Nun stellen wir uns vor, die zwei noch ganzen Torten würden in Viertel zerschnitten aber es würde nichts von Ihnen weggenommen. Wie viele Viertel wären nun auf dem Tisch?
Eine Torte (vier Stücke), noch eine Torte (vier Stücke) und noch 3 Stücke, das ergibt doch 11 Stücke!
Rechnung:
$\frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$

6. 13) Der Lehrling hat in der Backstube Unordnung angerichtet. Auf mehreren Kuchentellern liegen insgesamt 19 Achtelstücke Käsekuchen. Ins Schaufenster oder in die Glastheke sollen aber nur ganze Kuchen. Wie viele ganze Kuchen kann man aus 19 Achtelstücken zusammensetzen?
Kannst Du sehen, wie die ganzen Kuchen entstehen?

Der Nenner heißt 8. Also ergeben wie viele Stücke einen ganzen Kuchen?
Rechnung:
$\frac{19}{8} = (\frac{8}{8} + \frac{8}{8} + \frac{3}{8}) = 2\frac{3}{8}$;
Rein rechnerisch: In die 19 geht die 8 zweimal (ganz) Rest: 3;

<u>Erweitern und Kürzen</u>

Das ist ein sehr wichtiges Stück Bruchrechnen. Aber mit einer gekonnten bildhaften Vorstellung kann es jeder leicht meistern.
Nehmen wir wieder unsere schon viel strapazierte Pizza. Da liegt sie vor uns frisch und warm auf dem Tisch. Siehst Du sie? Riechst Du sie? Jetzt wird sie in Viertel zerteilt - das kennen wir schon, aber wir halten das Bild fest - und ein Stück davon wird wiederum weggenommen. Diesen Bruch kennen wir! Jetzt kommt aber das Neue:
Jedes Stück wird noch einmal genau in der Mitte durchgeschnitten. Kannst Du sehen, wie viele Stücke jetzt auf dem Teller liegen?
Noch einmal den ganzen Film: Da lag die ganze Pizza. Sie wurde in vier Teile zerschnitten. Ein Stück wurde weggenommen. Die übriggebliebenen Stücke wurden jedes in der Mitte durchgeschnitten. So, und welcher Teil der ganzen ursprünglichen Pizza stellt nun ein Stück dar? (Dazu brauchen wir vielleicht die Vorstellung von der ganzen, in Viertel geschnittenen Pizza mit der neuen Teilung)
Jetzt ist alles klar! Natürlich: Die ganze Pizza wäre in 8 Stücke zerteilt. Und aus den $\frac{3}{4}$ sind durch das erneute Schneiden $\frac{6}{8}$ geworden! Dabei ist das, was von der Pizza noch auf dem Teller lag, nicht kleiner geworden. Es ist dasselbe geblieben Also können wir schreiben:

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} \;;$$

Bitte stelle Dir den Vorgang auf dem Teller noch einmal genau vor. Denn wenn Du das kannst, wirst Du immer wissen, daß man einen Anteil in kleinere Einzelteile zerschneiden kann, ohne daß sich die Größe des Anteils ändert.
Rein rechnerisch sieht das so aus: $\frac{3*2}{4*2} = \frac{6}{8}$;
Jedes Stück wurde in zwei zerschnitten. Dadurch verdoppelte sich sowohl die Anzahl der Teile in die das Ganze zerlegt ist (Nenner) als auch die Anzahl der noch vorhandenen Teile (Zähler). Kannst du dir vorstellen, wie es aussieht, wenn wir jedes Stück in drei zerschneiden?
Das ist nicht so leicht vorzustellen. Aber es ist leicht zu rechnen: $\frac{3*3}{4*3} = \frac{9}{12}$;
So kann ich bei jeden Bruch die Zahlen verändern, indem ich **Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl malnehme (multipliziere).** Die Bruchteile werden zwar kleiner, aber dafür mehr, und das Stück, das auf dem Teller liegt, -behalte bitte dieses Bild - bleibt immer gleich groß! Dieses Verfahren nennen wir **Erweitern.**

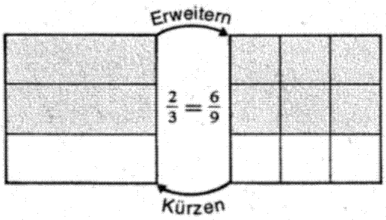
Hättest Du Lust jemanden zu veräppeln? In der Phantasie geht das ganz leicht:
Wir verrühren jetzt geriebenen Käse in heißer Tomatensoße. Diese Masse gießen wir über die Schnitte, mit denen wir aus der Dreiviertel - Pizza eine Sechs Achtel Pizza gemacht hatten. Nach Abkühlen und Eintrocknen der Masse sieht der verblüffte Betrachter nun statt $\frac{6}{8}$ na was? Steht dein Film? Wenn nicht, lies bitte diesen Abschnitt noch mal und laß die Bilder mitlaufen.

Aus der Sechsachtelpizza ist also wieder eine Dreiviertelpizza geworden. Die Zahlen wurden kleiner, die Einzelstücke zwar größer, aber was auf dem Teller liegt, bleibt gleich groß. Dieses Verfahren nennen wir **Kürzen**. Rein rechnerisch sieht das so aus: $\frac{6:2}{8:2} = \frac{3}{4}$
So, und nun eine Kraftübung im Bildersehen:
Stelle Dir eine Tafel in der Schule vor. Darauf wird ein Kreis gezeichnet. Dieser wird mit Kreidestrichen in Viertel geteilt. Dann entfernt ein Lappen links oben den durch ein Viertel abgeteilten Kreisbogen. Damit sind es nur noch drei Viertel.
Nun wird jedes Viertel durch einen Kreidestrich in der Mitte geteilt. Halte das Bild bitte fest und zähle die Teile. Geht es noch? Gut, und jetzt stellen wir uns vor, wie die eben gezogenen Striche wieder weggewischt werden. Wie sieht der Bruch nun aus? Geschafft?
Ich schlage Dir vor, eine Atempause einzulegen und den Vorgang dann noch einmal zu wiederholen. Denn wenn Du das kannst, wirst Du mit diesem Kernstück der Bruchrechnung wohl keine Schwierigkeiten mehr haben.
Kannst Du Dir auf dieselbe Weise vorstellen, wie aus drei Vierteln neun Zwölftel werden und wieder rückwärts? (In wie viele Teile mußt Du jedes Viertel zerschneiden?) Ja, das ist ein Kraftakt!
Falls es Probleme gab, die du auch durch mehrfach wiederholte Versuche nicht ausräumen konntest, kannst Du diese Hilfe aus einem Rechenbuch benutzen:

Erweitern von Brüchen

$\frac{2\cdot 3}{3\cdot 3} = \frac{6}{9}$

Zähler und Nenner werden mit der gleichen Zahl multipliziert.



Kürzen von Brüchen

$\frac{6:3}{9:3} = \frac{2}{3}$

Zähler und Nenner werden durch die gleiche Zahl dividiert.

Durch Erweitern und Kürzen ändert sich die Größe des Bruchteils nicht.

Schau Dir die Zeichnung genau an, schließe die Augen. Siehst Du alles, mit den Darstellungen in Zahlen? Wenn nicht, wiederholen, bis es klappt.
Auch mit der folgenden Aufgabe kannst Du Deine Vorstellungskraft stärken:
Die Zahlen mit denen erweitert wurde, oder durch welche gekürzt wurde, kann man errechnen, wenn man sieht, wie sich Zähler und Nenner verändert haben. Wenn aus Vierteln Achtel werden ist natürlich die Erweiterungszahl 2. Wenn Du genau hinschaust, kannst Du auch feststellen, daß sich die Erweiterungszahl daraus ergibt, in wie viele Teile ein Teil zerschnitten wurde.

Sichern wir hier mal ab, was wir bis jetzt gelernt haben.
Was ist ein Bruch? Stelle Dir bitte zumindest den Bruch $\frac{3}{4}$ als Teil einer runden, einer rechteckigen und auch einer quadratischen Fläche vor. (Kuchen, normale Tafel Schokolade, Ritter - Sport) Fallen Dir noch andere Brüche ein, kannst Du sie dir vorstellen?
Eine Tafel Schokolade bestehe aus 24 Rippen. Wie viele Rippen wären $\frac{5}{6}$ davon? Kannst Du es sehen? Wie schreibt man die Rechnung dazu? (Wenn es Dir nicht einfällt, blättere bitte zurück. Dazu sind Bücher da!)
Wieviel sind $\frac{3}{5}$ von 100 Euro? (Bild? Rechenweg in Zahlen?)
Zwei ganze Kuchen und fünf Achtelstücke ergeben zusammen wie viele Achtel?
Stelle Dir vor, Du hast 27 Fünftelstücke einer bestimmten Kuchensorte. Wie viele ganze Kuchen kannst Du daraus zusammensetzten. Wie viele Fünftelstücke bleiben übrig? Wie sieht die Rechnung in Zahlen aus?
Was heißt **Erweitern**? Fällt Dir ein Bild dazu ein? Ein Zahlenbeispiel?
Kürzen? Zahlen? Bild?
Alles klar?

Gut, dann sieh Dir den folgenden Bruch an und stelle Dir vor, was er darstellen kann, wie er entstanden sein könnte und was man alles damit machen kann.

$$2\frac{5}{6}$$

Das soll dir jetzt in Zukunft immer einfallen, wenn Du einen Bruch siehst. Wenn der Bruch ins Bild umgesetzt ist, ergeben sich die sich die Veränderungsmöglichkeiten von selbst.
Auf das Folgende bist Du damit bestens vorbereitet.

6. 14) Ein Pfälzer Fußballspieler wechselte vom Amateurlager in die zweite Bundesliga. Seine damaligen Mannschaftskameraden erzählen heute noch gerne diese Geschichte:
Weil der Spieler, nennen wir ihn Schorsch, so viele Tore für den Verein geschossen hatte, wurde ein Abschiedsspiel für ihn angesetzt.
In der Spielersitzung spulte der Präsident eine Lobeshymne auf den guten Schorsch ab und schloß mit dem Satz: "Und von den Einnahmen, lieber Schorsch, bekommst natürlich du ein Viertel auf die Hand!"
Was der Schorsch in breitestem Pfälzisch zurückgab, kann man so übersetzten: "Herr Präsident, das sage ich ihnen gleich, unter einem Achtel laufe ich erst gar nicht auf!"
Warum wird über diese Antwort noch heute gelacht?

Wenn Du allerdings nicht verstehst warum, dann bist Du dabei ertappt, daß du dir die Brüche nicht vorgestellt hast.
Wenn ich aus Vierteln Achtel machen will, muß ich jedes Viertel in der Mitte noch mal durchschneiden. Siehst du es?

Wenn ich nun die Einnahmen in Scheinen und Münzen auf einem Tisch sehe und teile diese in vier gleichgroße Häufchen, dann ist einer davon das, was der Präsident dem Schorsch angeboten hatte.
Nun stelle dir vor, die Einnahmen werden auf acht Häufchen verteilt.
Oder: In der Mitte des Tisches liegt ein Haufen Geld. Einmal sitzen vier Kinder am Tisch und einmal acht. Jedes soll einen gleichgroßen Anteil bekommen. Bei welcher Gruppe wärst du lieber dabei?
(Wen habe ich jetzt wieder alles genervt?)

Hätte der gute Schorsch eine bildhafte Vorstellung von Brüchen gehabt, so könnten ihn seine ehemaligen Mitspieler nicht heute noch mit dieser Geschichte zur Witzfigur erklären.
Also, die Vorstellungskraft benutzen, wo es nur geht. Mit Vierteln und Achteln geht das ja noch recht leicht. Darum bleiben wir erst mal dabei.

6. 15) Der dicke Tamer hat $\frac{5}{8}$ eines runden Fladenbrotes auf dem Teller liegen und der kleine Taner $\frac{3}{4}$ auf dem seinigen.
"Daß Du auch immer so viel futtern mußt!" stichelt Taner.
"Wieso denn? Du hast doch mehr!" verteidigt sich Tamer.
Wer hat recht?

Wenn ich meine Vorstellung ganz genau nehme, dann kann ich diese Aufgabe lösen ohne nachzurechnen. Ich sehe zuerst drei Viertel und lasse sie stehen. Dann sehe ich daneben ein Ganzes in Viertel unterteilt und teile jedes Viertel in der Mitte noch einmal, jetzt sind es Achtel. Wenn ich nun zwei Achtel wegnehme, habe ich gerade noch so viel wie drei Viertel. Ein weiteres Achtel weggenommen bedeutet dann schon weniger als drei Viertel. Also hat Tamer recht. (siehst Du es auch?)

Es geht aber auch einfacher! Nämlich dann, wenn ich mir drei Viertel vorstelle und zerschneide sie gleich in Achtel. Dann sehe ich sofort, daß aus den drei Vierteln sechs Achtel werden. Und jetzt sind die Stücke auf beiden Tellern gleich groß und leicht zu vergleichen.
„Gleich große Stücke!“ Dieser Schlachtruf gilt sowohl für das Vergleichen von Brüchen als auch Bruchrechnungen mit + und - .

Ein wenig schwerer: Welcher Bruchteil ist größer, $\frac{2}{3}$ oder $\frac{3}{4}$?
In der Vorstellung schwer zu unterscheiden, darum Schlachtruf!
Aber wie schneiden?
Auch das kann man in der Vorstellung durchspielen:
Jedes Drittel einmal durchgeschnitten, also in zwei Teile, dann ist das Ganze in Sechstel eingeteilt, jedes Drittel zweimal durchgeschnitten, also jedes Drittel in 3 Teile, (siehst du es?) dann sind es Neuntel,
dreimal durchgeschnitten, also in vier Teile, dann sind es Zwölftel.
(Kannst Du die Bilder festhalten? Wenn nicht, üben!)

Die Bilder sollen uns aber nur sagen, warum etwas so ist, und uns helfen, es nicht zu vergessen. Wir müssen also nur wissen, daß wir hier **gleich große Stücke** brauchen.
So rechnen wir mit Zahlen: Vielfache von 3: 6, 9, 12, 15
Vielfache von 4: 8, 12
Aha! In Zwölftel müssen wir beide Brüche zerschneiden, beziehungsweise umwandeln, damit wir gleich große Stücke haben. Zwölf ist der **Hauptnenner** für Drittel und Viertel! Der Hauptnenner ist dasselbe wie das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV). Darüber hast Du ja sicher in der fünften Klasse einiges gelernt.
Einen Bruch zerschneiden, daß die Teile mehr werden, aber der Anteil vom Ganzen gleich groß? Sitzt das Bild? - **Erweitern**!
Wenn wir **gleichgroße Stücke** wollen, müssen wir den **Hauptnenner** suchen und auf diesen **erweitern**.
Aus dem Nenner 3 soll der Nenner 12 werden, also:
$\frac{2*4}{3*4} = \frac{8}{12}$;

Aus dem Nenner 4 soll der Nenner 12 werden, also: (Das kannst Du sicher selbst!)

Als saubere Rechenaufgabe sieht das so aus:

Aufgabenstellung:	Größer oder kleiner?		*Deine Denktätigkeit*:
Brüche:	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	*Brüche vorstellen, Schlachtruf einfallen lassen. Hauptnenner finden,*
	$\frac{8}{12}$	$\frac{9}{12}$	*erweitern.*
	$\frac{2}{3}$ <	$\frac{3}{4}$	< oder > *richtig einsetze.*

Finden des Hauptnenners und erweitern auf den Hauptnenner werden auch zu dem nächsten Lernschritt gebraucht.

6. 16) Die zehnte Klasse einer Hauptschule verkauft in der Pause Pizza, um ihre Klassenfahrt zu finanzieren.
Amani hat vegetarische Pizza gebacken und sauber in Zwölftel zerschnitten, Floppy hat seine scharfgewürzte Pizza Tutto in Achtel zerteilt. Die Pizzastücke sind auf einem langen Tisch angerichtet zur Selbstbedienung.
(Kannst du schon die Bilder beim Lesen mitlaufen lassen?)
Sven Katzenpeter aus der 6b und seine Freundin Angela Gluthaupt bedienen sich. Sven mag es gern scharf und lädt sich fünf Stücke Tutto und zwei Stücke vegetarisch auf seinen Teller.

Angela mag es lieber vegetarisch und nimmt sechs Stücke davon und nur ein Stück Pizza Tutto.
(Die Teller solltest Du jetzt vor Dir sehen, wenn Du das Kommende verstehen willst.)
An der Kasse sitzt Heiner, auch "Brain" genannt.
"Sieben Stücke", zählt er über Svens Teller., "sieben mal siebzig Cent , das macht - Augenblick- ah, Vier Euro neunzig Cent!"
Als Angela ihren Teller vor ihn stellt, schaut Brain kurz hin und rattert dann herunter: "Sieben Stücke, das macht Vier Euro neunzig Cent!"
"Du bist wohl bescheuert!" motzt Angela los, daß man es in der ganzen Pausenhalle hören kann, "Ich dachte, Zehntklässer wären alle Intelligenzbolzen. Das bezahle ich nicht!"
"Was willst du denn, kannst du nicht zählen?“ meckert Brain, "Der Svenner hat doch auch bezahlt!"
"Der ist ja auch ein Penner, und vom Bruchrechnen hat er so wenig Ahnung wie du!" setzt Angela noch einen drauf.
Wem würdest Du recht geben?

Wenn es Dir noch nicht klar ist dann stelle dir noch einmal vor, wie eine Pizza erst in Viertel zerteilt wird und dann jedes Viertel in Mitte durchgeschnitten. Dann noch einmal die Pizza in Vierteln und nun würde jedes Viertel nochmals in drei Stücke geteilt. Klar?
Was hatte Sven auf seinem Teller, was Angela auf ihrem?
Wie hätten die Zehntklässer von vorneherein verhindern können, daß Streit um die Preise entsteht?
Aha, unser Schlachtruf: **Gleichgroße Stücke!**
Nun laß uns mal ausrechnen, wieviel Grund Angela hatte, so sauer zu sein.
Auf Svens Teller:
$\frac{5}{8} + \frac{2}{12} =$ *(Schlachtruf! Hauptnenner! Erweitern!)*

$- + - =$ *(Na?)*

Auf Angelas Teller:
$\frac{6}{12} + \frac{1}{8} =$

$- + - =$

Wenn Du richtig gerechnet hast (Aber Hallo!), dann haben wir zum Vergleich jetzt folgende Minusaufgabe zu lösen. Rein der Form halber, denn im Kopf hast Du sie sicher schon erledigt!
$\frac{19}{24} - \frac{15}{24} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$; (***Ergebnisse werden immer auf ihren kleinsten Zahlenwert heruntergekürzt)***

Kannst Du Dir noch ein Sechstel vorstellen? (Vielleicht erst in Drittel eingeteilt und dann jedes Stück noch mal in der Mitte durchgeschnitten) Jeden falls sind wir ja nicht der Pfälzer Schorsch und wußten darum von Anfang an, daß ein Achtel ein wesentlich größeres Stück ist als ein Zwölftel. Also hatte Angela recht. Wenn sie auch mit ihrer aufbrausenden Art ihrem Namen alle Ehre macht, so dürfte sie beim nächsten Zeugnis doch ein Fall für den A-Kurs sein!

6. 17) Jutta bekommt 12€ Taschengeld davon spart sie 5€. Silke erhält 15€ und legt davon 7€ zurück. Welche von beiden spart einen größeren Bruchteil ihres Taschengeldes? Welchen Bruchteil macht der Unterschied aus?

Wenn das ganze Taschengeld (Ein Ganzes!) 12€ sind, welcher Bruchteil ist dann 1€?

Also geht es hier darum festzustellen, ob $\frac{5}{12}$ größer oder kleiner sind als $\frac{7}{15}$.
Fällt dir der Schlachtruf ein?

$\frac{5}{12}$ $\frac{7}{15}$

$\frac{25}{60} < \frac{28}{60}$

$\frac{28}{60} - \frac{25}{60} = \frac{3}{60} = \frac{1}{20}$

6. 18) Julia und Victoria haben Freundinnen und Freunde eingeladen. Julia hat noch $3\frac{1}{4}$ Apfelkuchen und Victoria bringt $1\frac{1}{6}$ derselben Sorte mit. Wie viele ganze Kuchen und Stücke haben sie dann anzubieten?

Wir stellen uns den ganzen Lösungsweg vor, bevor wir rechnen:
Klar, daß wir die ganzen Kuchen, die wir sehen(?) zusammenlegen. Dann bleiben noch Stücke von unterschiedlicher Größe. Na? Ja! Schlachtruf, und dann addieren.

Rechnung:
$3\frac{1}{4} + 1\frac{1}{6} =$
$4\frac{1}{4} + \frac{1}{6} =$
$4\frac{3}{12} + \frac{2}{12} =$
$= 4\frac{5}{12}$

6. 19) Ihr habt Gäste. Deine Mutter bittet dich, aus der Küche 5 Stücke Kuchen zu holen. Dort findest du 2 ganze Kuchen und $\frac{3}{12}$ (Stücke) vor. Was tust du? Wieviel Kuchen bleibt in der Küche?

Ich denke, du kannst mit einem Kuchenmesser umgehen. Wenn du dir genau vorstellst, was du brauchst, und wie du schneidest, siehst du auch gleich, was übrigbleibt.

Rechnerisch sieht das so aus:

$2\frac{3}{12} - \frac{5}{12} =$
$1\frac{12}{12} + \frac{3}{12} - \frac{5}{12} =$ *(Was ist aus dem zweiten Kuchen geworden?)*
$1\frac{15}{12} - \frac{5}{12} =$
$= 1\frac{10}{12} (= 1\frac{5}{6})$

Wichtig ist hier, daß der eine Kuchen zerschnitten wird, also „in kleinere Münze umgewechselt“, damit man die fehlenden Stücke wegnehmen kann.
In der Schule wird man dir solche Aufgaben ohne Text vorlegen:

$9\frac{3}{8} - 4\frac{7}{12} =$ *Aufgabe genau ansehen, "Bild machen", 2. Bruch größer, Ganze verrechnen, auf Hauptnenner erweitern.*

$5\frac{9}{24} - \frac{14}{24} =$ *Fall liegt klar, also ein Ganzes zerschneiden, Stücke werden mehr!*

$4\frac{33}{24} - \frac{14}{24} =$
$= 4\frac{19}{24}$; *Aus 24 +9 wurden dreiunddreißig Vierundzwanzigstel*

6. 20) Auf einer Kabelrolle waren am Morgen noch $12\frac{1}{2}$ Meter Kabel. Bis zur Brotzeit wurden $3\frac{3}{4}$ Meter und $4\frac{1}{2}$ Meter abgeschnitten. Wie viele Meter blieben übrig?

Kurzfassung: $12\frac{1}{2}$m am Morgen/ $3\frac{3}{4}$m und $4\frac{1}{2}$m abgeschnitten.

Wir sehen die Rolle und merken uns, wie lange das Kabel ist. Dann sehen wir, wie zweimal davon abgeschnitten wird. Es wird also vom Kabel weggenommen. Alles klar?

Das war da! Weggenommen wurden:

$12\frac{1}{2} - 3\frac{3}{4} - 4\frac{1}{2} =$

$12\frac{1}{2} - (3\frac{3}{4} + 4\frac{1}{2}) =$ *(Was zusammen weggenommen wurde)*

$12\frac{1}{2} - (3\frac{3}{4} + 4\frac{2}{4}) =$

$12\frac{1}{2} - 7\frac{5}{4} =$

$12\frac{1}{2} - 8\frac{1}{4} =$

$12\frac{2}{4} - 8\frac{1}{4} = 4\frac{1}{4}$

Nachdem wir nun die „Strichrechnungen“, also Addition und Subtraktion, mit Brüchen behandelt haben, wenden wir uns nun den „Punktrechnungen“, Multiplikation und Division, zu. Dazu erst mal einige grundlegende Bilder:

Wir brauchen 12 Äpfel. (CDs, Videospielen, Tafeln Schokolade)
Wenn 4 Kinder am Tisch sitzen, und jedes soll Gleichviel bekommen, dann heißt die Aufgabe:
12 : 4 = 3
Dieses Dividieren können wir Austeilen oder Verteilen nennen.
Wenn nun alle vier Kinder sagen: „Mag ich nicht!“ und legen ihre Äpfel zurück, dann lautet die Aufgabe:
4 * 3 = 12
Multiplizieren können wir, wenn mehrfach Dasselbe da ist. Und da damit der Vorgang des Austeilens rückgängig gemacht wurde, steht klar, daß Multiplizieren die Umkehrung des Dividierens ist. (Kannst du auch sehen, daß Dividieren die Umkehrung des Multiplizierens ist?)

Lassen wir jedes Kind seine Äpfel in eine Reihe legen, so haben wir 4 Reihen mit je drei Äpfeln. Damit ist die Multiplikation übersichtlicher. Wir könnten aber auch sagen, daß es 3 Reihen mit je 4 Äpfeln sind. Daraus geht hervor, daß wir bei einer Multiplikation die Faktoren vertauschen dürfen, ohne daß sich am Ergebnis etwas ändert.

Siehst du die Reihen nun genau vor dir, so wird auch klar, wie wir von den 12 Äpfeln auf die Anzahl der Reihen oder den Inhalt einer Reihe kommen:
Anzahl der Reihen:
12 : 3 = 4
Inhalt einer Reihe:
12 : 4 = 3

Dieses Dividieren können wir „Einteilen“ nennen. Wie sähe es aus, wenn wir die 12 Äpfel in Zweierreihen einteilen würden?

12 : 2 = 6; beziehungsweise 12 : 6 = 2;

Stehen deine Bilder? Kannst du sie auf andere Situationen übertragen?

<u>Multiplizieren und Dividieren von Brüchen</u>

Bruch mal ganze Zahl

Drei Viertel - Du kannst Dir selbst aussuchen, was Du Dir vorstellen willst - sollen jetzt dreimal da sein. Siehst Du alles? Kannst Du die Stücke zählen? Wie heißt es jetzt als Bruch?
Aha, es sind nun Neun Viertelstücke, also heißt der Bruch neun Viertel! Aber so lassen wir das nicht stehen, sondern wir setzen die Ganzen zusammen. Das ergibt zwei mal vier Viertel und ein Viertel bleibt übrig, also Zwei Ganze, ein Viertel.
Der Zähler wird multipliziert. Denn er gibt ja an, wie viele Stücke es sind, während der Nenner die Größe der Stücke benennt.
In Zahlen sieht das dann so aus:
$\frac{3}{4} * 3 = \frac{3*3}{4} = \frac{9}{4} = 2\,\frac{1}{4}$;
Ist doch nicht schwer, oder?
Schaffst Du es, Dir selbständig kleine Brüche vorzustellen und zu vervielfachen?
Selbst wenn Du später einmal in einer Arbeit eine große Bruchaufgabe vor Dir hast und nicht mehr genau weißt, wie Du rechnen mußt, wird es Dir helfen, wenn Du Dir eine kleine Aufgabe vorstellst. So kommst Du von selbst wieder auf die richtige Rechenweise.

<u>Kürzen am Bruchstrich</u>

Durch Kürzen -(hast Du noch ein Bild davon? Stichwort: Tomatensoße!) - werden die Zahlen kleiner. Dann können wir leichter damit rechnen. **Bei Multiplikationen und Divisionen ist es erlaubt, am Bruchstrich zu kürzen.** Das geht natürlich nur, wenn Nenner und Zähler einen gemeinsamen Teiler habe, also eine Zahl enthalten, durch die man beide teilen kann. In der folgenden Aufgabe werden das die 16 im Zähler und die 24 im Nenner sein.

$16 * \frac{11}{24} =$ *Genau ansehen, vorstellen, wie muß es gehen?*

$\frac{16*11}{24} =$ *Zähler malnehmen. Ist Kürzen möglich?*

$\frac{\overset{2}{\cancel{16}} * 11}{\underset{3}{\cancel{24}}}$ *16 und 24 werden gestrichen und durch 8 geteilt. Die Ergebnisse darüber u. darunter geschrieben. Der neue Bruch:*

$\frac{2*11}{3} =$ *Ausrechnen mit den kleineren Zahlen!*

$\frac{22}{3} = 7\,\frac{1}{3}$;

In einer Reihe:

$16 * \frac{11}{24} = \frac{\overset{2}{\cancel{16}} * 11}{\underset{3}{\cancel{24}}} = \frac{2*11}{3} = \frac{22}{3} = 7\,\frac{1}{3}$;

Schau Dir den Ablauf noch einmal in Ruhe an, bis Du jeden Schritt verstehst. Wenn nötig, gehe bitte noch einmal zurück zum Abschnitt "Erweitern und Kürzen".

Schau dir auch genau an, und stelle es Dir genau vor, was der Unterschied zwischen Multiplizieren eines Bruches und Erweitern eines Bruches ist.

Wie sieht das Erweitern des Bruches $\frac{3}{4}$ mit 2 aus, in Bildern? In Zahlen? Wie das Multiplizieren? Wer die Bilder sehen kann, wird die beiden Rechenweisen nicht verwechseln.

Bruch durch ganze Zahl

Fangen wir mal ganz klein an. Ein schöner runder Kartoffelpuffer in Pfannengröße ist in drei Viertel zerschnitten. Den sollst Du zwischen Zweien Deiner Freunde teilen. Wie gehst Du vor?
Ja, richtig, es gibt zwei Möglichkeiten!
Erste: Du schneidest jedes der drei Stücke in der Mitte durch. Siehst du es? Wie heißen die Stücke, wie viele sind es? Wie viele bekommt jeder?
Hast du Probleme, die Stücke zu benennen? Zwei Denkwege: Stelle dir das fehlende Stück mitzerschnitten vor. In wie viele Stücke ist das Ganze zerteilt. Oder: Was ist die Hälfte von einem Viertel?
Zweite Möglichkeit des Vorgehens: Du schneidest nur ein Stück durch und gibst jedem ein solches Stück und ein Viertelstück. So weit, so gut. Aber wenn Du nun zusammenrechnen willst, was einer bekommen hat, dann hast Du die Aufgabe $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} =$; (Schlachtruf!)
Also ist es doch am besten, alle Viertelstücke in Achtel zu zerschneiden. Stelle Dir das bitte noch einmal vor: Die drei Viertel, die Du siehst, werden in sechs Achtel zerschnitten und dann so auseinandergezogen, daß auf jeder Seite drei Achtel liegen. Stelle Dir bitte den Vorgang des Auseinanderziehens noch einmal genau vor.
Aus Vierteln werden Achtel, darum ändert sich der Nenner. Weil aber "auseinandergezogen" wird, ist im Ergebnis der Zähler unverändert.
Die drei Viertel wurden durch zwei geteilt (dividiert) und jeder - bzw. einer - bekam drei Achtel. Wie setzen wir das am Kürzesten in eine Zahlenrechnung um?

$\frac{3}{4}$	*Da steht unser Bruch*
$\frac{3}{4} : 2 =$	*Das ist die Aufgabe.*
$\frac{3}{4} : 2 = \frac{3}{8}$	*So sieht es mit Ergebnis aus. Was ist geschehen?*
$\frac{3}{4*2} = \frac{3}{8}$;	*Aha! Nur der Nenner wurde "bearbeitet" und wir haben das Ergebnis!*

Nochmals in einer Reihe:
$\frac{3}{4} : 2 = \frac{3}{4*2} = \frac{3}{8}$;
Wie würde das nun aussehen wenn Du die drei Viertel durch drei teilen (dividieren) würdest? Kannst Du es sehen?
$\frac{3}{4} : 3 = \frac{3}{4*3} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$;
Wie sähe das aus, wenn Du durch fünf dividieren würdest? Kannst du Dir dasselbe mit anderen überschaubaren Brüchen vorstellen? In Bildern? In Zahlen?
Was geschieht immer wieder mit dem Zähler?
Nun schau Dir bitte einige Aufgaben in deinem Rechenbuch zu diesem Thema an. Es kommt darauf an, zu wissen, *wie* gerechnet wird. Das Rechnen selbst bis auf Kürzen am Bruchstrich- ist ja recht einfach. Betrachte die jeweilige Aufgabe. Was wird gefordert? Kannst du sie in Bilder umsetzen und die Handlung vollziehen?
Es kann sein, daß Brüche vorkommen, die kompliziert und sehr schwer vorstellbar sind. Da mußt Du dich nicht quälen! Wenn du nicht auf Anhieb weißt, wie gerechnet werden muß, dann stelle Dir noch einmal vor $\frac{3}{4}:2 =$, das kriegst Du doch sicher immer wieder hin. Und mit großen Zahlen wird genau ebenso verfahren wie mit kleinen!

Bruch mal Bruch(Multiplikation)

Erinnerst Du dich noch an das Kapitel "Bruchteile von Anzahlen?"

Weißt Du noch, was $*\frac{3}{4}$ heißt? Wenn nicht, so schau dir dort das Wichtigste noch einmal an.

Also, $*\frac{3}{4}$ heißt noch mal, daß etwas, das vorher ganz da war, nun nur noch zu drei Vierteln da ist. Ein Viertel fehlt! Siehst Du etwas?

Wie läuft der Rechenvorgang bei $*\frac{3}{4}$?

Wie sehen zwei Drittel im Bild aus? Wie errechnet man zwei Drittel von irgend etwas?

So, und jetzt wird es ganz neu:

Stelle dir vor, da stehen drei Viertel, und die sollen nur noch zwei Drittel mal da sein.

In Zahlen: $\frac{3}{4}*\frac{2}{3}=$;

Wenn du bisher genau aufgepaßt hast, ist es so neu nun auch wieder nicht. Denn Du weißt, was ein Bruch aussagt und wie man Bruchteile errechnet. (Wenn nicht, mal wieder nachblättern!) Also heißt mal zwei Drittel kurz gefaßt: Geteilt durch drei und mal zwei. Wie man beides rechnet wissen wir doch bereits. (Falls es hängengeblieben ist.) Kannst du dir dazu auch ein Bild, bzw. einen Kurzfilm entwerfen? Ich gebe Dir vorsichtshalber den Film dazu. Da kannst du deinen eigenen überprüfen.

Stellen wir uns drei Viertel vor, wie gewohnt in Kreisform.

"Drittel" heißt doch, daß durch drei geteilt wird, denn es ist ja der Nenner. Und das kennen wir doch auch vom vorherigen Kapitel.

Also schneiden wir jedes Viertel in drei Teile, auch das, das nicht mehr da ist!

In wie viele Teile ist nun das Ganze zerlegt? Kennen wir doch auch!

Aha, Zwölftel sind es. Aus unseren <u>drei</u> Vierteln sind neun Zwölftel geworden.(Siehst Du es?)

Aber wir brauchen nur zwei Drittel davon!

Ziehen wir unsere neun Zwölftelstücke auseinander in drei Teile, so liegen in jedem Teil . . .ja, drei Zwölftelstücke. Also ist ein Drittel von drei Vierteln gleich drei Zwölftel. (Siehst du es?)

Was sagt der Zähler? Wie lautet er? Also was tun?

Ziehen wir zwei Teile zusammen so sind es - ja, sechs Zwölftelstücke zusammen.

Atempause, und dann noch mal der Film:

Drei Viertel - jedes Viertel in drei Teile (Drittel!) - zwei Teile zusammen - macht sechs Zwölftel.

Daß man durch einen Bruch teilt (dividiert), indem man den Nenner malnimmt (multipliziert), das hatten wir ja schon drauf. (Bilder? Zahlen? Noch mal nachsehen?) Neu ist jetzt, daß der entstandene Bruchteil noch mit dem Zähler multipliziert wird. Also Bruch durch ganze Zahl und Bruch mal ganze Zahl in Einem! (**Zähler mal Zähler und Nenner mal Nenner!**)Da muß man wenig schreiben:

$$\frac{3}{4}*\frac{2}{3}=\frac{3*2}{4*3}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2};$$

Das war jetzt zum genauen Betrachten. Was haben wir vergessen? Aha!

$$\frac{3}{4}*\frac{2}{3}=\frac{\overset{1}{\cancel{3}}*\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{2}{\cancel{4}}*\underset{1}{\cancel{3}}}=\frac{1}{2};$$ (noch mehr Schreibarbeit gespart!)

Ist dir auch klar, wie am Bruchstrich gekürzt wurde? Welche Zahlen hatten gemeinsame Teiler? (Z. B. Zwei ist in sich selbst einmal enthalten, in der Vier zweimal.)

Zur Wiederholung. Stelle dir noch einmal vor:

$\frac{3}{4}*2=$

$\frac{3}{4}:3=$

$\frac{3}{4}*\frac{2}{3}=$

Konntest du alles sehen? Wo kann man am Bruchstrich kürzen?

Übe bitte alle drei Verfahren an Aufgaben aus Deinem Rechenbuch und vergiß dabei das Vorstellen nicht. Und wenn eine Aufgabe zu kompliziert zu sein scheint, nimm ein "kleineres" Beispiel!

Division durch Brüche

Vor einer Woche sprach ich mit einem längst pensionierten Kollegen über diese Lernhilfe, an der ich gerade schreibe.

"Bruchrechnen habe ich immer gern unterrichtet“, erinnerte er sich, "aber das Teilen von Brüchen durch Brüche war mir immer peinlich. Da muß man den Kindern unterjubeln, daß etwas geteilt wird, und am Schluß mehr herauskommt, als am Anfang da war."

Da ich dieses Kapitel schon vorbedacht hatte, konnte ich ihm erklären, daß es beim Dividieren von Brüchen durch Brüche nicht um ein "Austeilen" oder "Verteilen" gehe sondern um ein "Enthaltensein in" beziehungsweise "Einteilen in".

Was heißt "Enthalten sein in"?

Nehmen wir wieder unser Beispiel mit den zwölf Äpfeln.

Wir können immer drei Äpfel in eine Reihe legen, dann gibt es vier Reihen. (siehst Du es?) Damit ist gezeigt: Drei ist in Zwölf vier mal enthalten.

Legen wir Viererreihen, so ist Vier in Zwölf drei mal enthalten.

So einfach ist das. Aber nun zu dem Einwurf des Kollegen Ernst:

Wir sehen die zwölf Äpfel und schneiden jeden in der Mitte durch. Wie viele halbe Äpfel haben wir jetzt? Na? Siehst Du? Das heißt rechnerisch:

$12{:}\frac{1}{2} = 24$;

Die Äpfel, die da waren, sind nicht mehr geworden. Das Ergebnis sagt nur aus, wie viele halbe Äpfel in den zwölf enthalten sind!

Nehmen wir mal $12 : \frac{3}{4}$

Das heißt: Wie oft sind drei Viertelstücke in zwölf ganzen Äpfeln enthalten? Oder: Wieviele Dreierreihen aus Viertelstücken können aus zwölf ganzen Äpfeln entstehen?

Wir schneiden den ersten Apfel kreuz und quer durch, erhalten vier Viertelstücke, legen drei hin und behalten eins zurück. Wenn wir drei Äpfel in Viertel geschnitten haben, ergeben die zurückbehaltenen Stücke eine Extrareihe mit drei Vierteln. Also werden aus je drei ganzen Äpfeln vier mal drei Viertel. (So können Bilder und Logik zusammenarbeiten!)Dann haben wir sechzehnmal drei viertel, wenn alle zwölf Äpfel zerschnitten sind!

$12 : \frac{3}{4} = 16$; Ja, kommt hier wirklich mehr heraus, als vorher da war? Wenn dein Film steht, siehst du genau, daß 16 nur die Anzahl der Reihen mit Dreiviertelstücken angibt. Und 12 , das waren ja ganze Äpfel!

Was haben wir getan? Wir haben 12 Äpfel in Viertelstücke zerschnitten. Also entstanden aus jedem Apfel 4 Viertelstücke. Macht: 12 * 4 = 48 (Viertelstücke). Da wir aber wissen wollten, wie viele Reihen von je drei Viertelstücken in 12 Äpfeln enthalten sind, haben wir die Viertel in Dreierreihen eingeteilt. Also: 48 : 3 = 16 (Dreierreihen) Siehst du das Alles? Wenn du dir diesen Film merken kannst, wirst du immer wissen, wie durch einen Bruch dividiert wird. Auch wenn du die Wörter der Regel nicht mehr zusammenbringst.

Das war die Aufgabe: $12 : \frac{3}{4} =$

Das taten wir: $12\ \overrightarrow{4}48\overrightarrow{:3}16$

Division ist die Umkehrung der Multiplikation. (Siehe Kinder und Äpfel) Bei der Multiplikation mit $\frac{3}{4}$ rechnen wir $\overrightarrow{:4}\overrightarrow{3}$(Wissen wir!) Bei der Division rechnen wir umgekehrt, also $\overrightarrow{4}\overrightarrow{:3}$, als Bruch heißt das $*\frac{4}{3}$

$*\frac{4}{3}$ ist der Kehrbruch zu $*\frac{3}{4}$
Rechnung:

$12 : \frac{3}{4} = \quad 12 \; * \frac{4}{3} \; = \quad \frac{12*4}{3}$

das heißt: **Wenn wir durch einen Bruch dividieren wollen, multiplizieren wir mit dem Kehrbruch!**

So wurde aus $12 : \frac{1}{2} = 12 * \frac{2}{1} = \frac{12*2}{1} = \frac{24}{1} = 24$

(Übrigens, wir sprechen nicht "zwei Einstel" oder "vierundzwanzig Einstel" sondern "Zwei durch Eins" und vierundzwanzig durch Eins". Die Eins im Nenner sagt ebenso wie die die formulierte Aufgabe, daß die Zahl im Zähler Ganze angibt.)

Noch ein Beispiel: Wie oft sind $\frac{2}{3}$ in 3 Ganzen enthalten?
Also: $3 : \frac{2}{3} =$;
Bildhafte Lösung: Du stellst Dir drei Äpfel oder was auch sonst vor, und zerschneidest jedes Ganze in drei Teile. Stimmt Dein Film, so siehst Du jetzt neun Teile. Davon legst Du nun immer zwei zusammen, beziehungsweise du *teilst sie in Zweiehrreihen ein.* (Siehst Du es?) Es ergeben sich vier Zweierreihen. Ein Stück, das gleich eine halbe Zweierreihe ist, bleibt übrig.
Rechnerisch sieht das so aus:
Die Drei wird mit drei multipliziert, es entstehen 9 Teile. Diese werde durch 2 dividiert. Es ergeben sich 4 Ganze und ein Halbes.
Bruchschreibweise:
$3{:}\frac{2}{3} = \frac{3*3}{2} = \frac{9}{2} = 4\,\frac{1}{2}$;
Mitgekommen? Kannst Du zur Bruchschreibweise die Bilder sehen? Wenn nicht, arbeite bitte noch einmal nach!

Das war doch recht einfach! Etwas schwerer: Wie oft ist ein Achtel in drei Vierteln enthalten? Stelle Dir unsere berühmten drei Viertel vor. Was müssen wir tun, um das Ganze in Achtel einzuteilen? Ja, natürlich, jedes Viertel in seiner Mitte durchschneiden. Wie viele Achtelstücke liegen nun da? Also ist $\frac{1}{8}$ sechsmal in $\frac{3}{4}$ enthalten. Wie sieht das als Rechnung aus?
$\frac{3}{4} : \; \frac{1}{8} =$

Also, wenn vor einem Bruch das Zeichen zur **Division** steht, so **multiplizieren** wir **mit dem Kehrbruch**, weil das die Umkehrung der Multiplikation mit dem Bruch ist!

$\frac{3}{4} * \; \frac{8}{1} =$
$\frac{3*8}{4*1} \quad =$

2
$\frac{3*8}{4*1} = \; 6$
1

Atempause? Schau Dir danach bitte noch mal an, wie wir auf den Kehrbruch kamen und lasse die Bilder mitlaufen.
Stelle Dir Kehrbrüche zu verschiedenen Brüchen in Zahlen vor!
Nun zu einer "richtigen" Bruch durch Bruch Aufgabe!

$\frac{3}{4} : \frac{2}{5} =$ *Worum geht es? Was weiß ich? Aha, Kehrbruch!*

$\frac{3*5}{4*2} =$ *Kehrbruch multiplizieren. (Kürzen, wenn es geht)*

$= \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$ *Ergebnis in die übersichtlichste Form bringen.*

Ich glaube, nun kannst ganz nach eigenem Belieben an Aufgaben aus Deinem Rechenbuch üben.

Multiplikatin und Division mit gemischten Zahlen

Gemischte Zahl durch ganze Zahl

$2\frac{5}{8} : 3 =$;

Fällt Dir dazu selbst eine Geschichte ein?
Wenn zwei ganze Kuchen auf dem Tisch lägen und Du solltest sie an drei Mädchen gerecht verteilen, würdest du doch sicher nicht die ganzen Kuchen in Drittel zerschneiden, sondern in die vorgegebenen Achtel. Deshalb heißt unser Schlacht ruf hier: **Alles in Stücke!** (Bild)oder auch **Ganze auf den Bruchstrich!** (Zahlen)
Erinnerst Du Dich an das Kapitel "Gemischte Zahlen?" Wenn nicht, blättere bitte nach und vergiß die Bilder nicht.
Wie viele Achtel hat ein Ganzes? Zwei Ganze? Wie viele Achtel sind es zusammen?
Dann muß unsere Rechnung so laufen:

$2\frac{5}{8}:3 =$ *Genau ansehen, erkennen, worum es geht, Schlachtruf*!

$\frac{21}{8}:3 =$ *Ganze auf den Bruchstrich! Bruch durch Zahl, Bild?*

$\frac{21}{8*3} = \frac{\overset{7}{21}}{8*\underset{1}{3}} = \frac{7}{8}$ *Nenner malnehmen. Kürzen am Bruchstrich. Was sagt das Ergebnis aus?*

Ja, das ist eine Verteilungsaufgabe. Jedes Mädchen bekommt sieben Achtelstücke. Das siehst du ja auch.

Eine Aufgabe für Dich alleine:

$4\frac{4}{9}:6 =$

Wenn Du $\frac{20}{27}$ herausbekommen hast, hast du richtig gerechnet. Wenn nicht, überprüfe die einzelnen Rechenschritte. Hast du am Bruchstrich gekürzt?

Gemischte Zahl mal ganze Zahl

$1\frac{3}{8}*3=$

Was fällt Dir dazu ein?
Zum Rechnen brauchen wir unseren Schlachtruf: "Alles in Stücke!" oder "Alles auf den Bruchstrich!" Das Multiplizieren des entstehenden Bruches mit der ganzen Zahl wird dir wohl klar sein, aber es schadet nicht wenn Du die Bilder so mitlaufen läßt, daß der Vorgang noch mal klar wird. Die Lösung kann man im Kopf errechnen. Sie lautet: Dreiunddreißig Achtel.

Gemischte Zahl mal Gemischte Zahl

Hier beginnen wir etwas schwerer. Aber es ist doch nicht unmöglich, darauf zu kommen, daß der Schlachtruf auf beide Gemischte Zahlen angewendet wird, oder?

$12\frac{1}{2}*8\frac{2}{5}=$ *Genau ansehen! Vorstellen! Schlachtruf!*

$\frac{\cancel{25}^{\,5}*\cancel{42}^{\,21}}{\cancel{2}_{\,1}*\cancel{5}_{\,1}}=$ *Wie wurde gekürzt? 1 im Nenner bedeutet?*

$\frac{105}{1}=105;$

Mitgekommen? Dann noch eine Aufgabe für dich: $5\frac{3}{4}*5\frac{1}{3}=;$ Wenn du richtig rechnest, erhältst Du $28\frac{2}{3}$ als Ergebnis.

Gemischte Zahl durch Gemischte Zahl.

Wenn ich dir den Impuls "Umkehrung der Multiplikation" vorgebe, fällt Dir dann sofort ein, wie man durch einen Bruch dividiert?
Oder hättest du den Impuls gar nicht gebraucht?
Wie oft ist $\frac{1}{2}$ in 12 enthalten? (Äpfel!) Wie sähe die Rechnung aus?
Nun müßtest Du gut genug vorbereitet sein, um folgende Aufgabe selbst zu rechnen.

$12\frac{3}{4}:2\frac{1}{8}=$ *Vorstellen, Schlachtruf, wie Bruch durch Bruch?*

------------ *Genau hinschauen beim Kürzen!*
Ergebnis: Sechs Ganze

Diese Rechenverfahren mit Brüchen brauchst du beim Lesen der folgenden Textaufgaben. Wo die Erinnerung schwach ist, beziehungsweise die Bilder schwach sind, weißt du ja: nachblättern!

6. 21)Emin, Frank, Vitali und Carlos haben sich schon die ganze Woche auf den Samstagnachmittag in der Go Cart Bahn gefreut. Jetzt herrscht dort aber Hochbetrieb. Die Freunde bekommen gemeinsam nur einen Cart für drei Stunden. Wie lange kann jeder fahren?
1. Satz: siehst Du die Freunde alle? Kannst Du jedem ein Gesicht und seine eigene Kleidung geben? Sehen sie sich vielleicht einen Katalog der Go Cart Bahn an?
2. Satz: Worauf bezieht sich das Wort "dort"? Siehst Du den Betrieb auf der Bahn? Der ist schuld an der Misere.

3. Satz: Die Freunde - wie viele es sind, sagt dir dein Bild vom ersten Satz - vor einem einzigen Cart und -es ist eine Zeitaufgabe - darüber eine große runde Uhr.
Einer hebt vielleicht drei Finger, damit wir die Zahl drei nicht vergessen.
4. Satz: Die Frage ist klar. Wie lange kann je einer im Cart sitzen und fahren?

Kurzfssung:
4 Freunde/ gemeinsam Cart für 3 Stunden/ Wie lange kann einer fahren?

Die vier Freunde unter der Uhr, das ist das **Schlüsselbild** der Aufgabe. Geübte Leser gehen noch weiter und sehen gleich drei Uhren. Es geht aber auch so, wenn man nicht vergißt, daß es drei Stunden sind.

Nimm dir Zeit und versuche für dich eine Lösung zu finden. Es gibt mehrere Möglichkeiten. Nimm dir Zeit.

Aus dem Bild der Uhr mit den vier Freunden ergibt sich doch der Gedanke an Viertel und ich sehe die Uhr in Viertel geteilt. (Oder gleich alle drei Uhren) Wenn einer also von der ersten Stunde ein Viertel bekommt, und von der zweiten eins und von der dritten, dann sind es doch insgesamt drei Viertel. Das ist doch ganz einfach.
Rechnerisch darfst Du schreiben:
3 Stunden : 4 = $\frac{3}{4}$ Stunden ;
(Jede Division kann man als Bruch schreiben und jeden Bruch als Division, das brauchst Du später bei dem Umrechnen in Dezimalbrüche.)

Eine Möglichkeit ist auch das "Umwechseln in kleinere Münze".
Die Uhr ist rundum in Sechzigstel eingeteilt. Eine Stunde hat sechzig Minuten, also habe drei Stunden 180 Minuten.
180 Minuten : 4 = 45 Minuten

Auch so wäre es gegangen:
1 Stunde : 4 = $\frac{1}{4}$ Stunde
3 Stunden : 4 = $\frac{3}{4}$ Stunden

Es mag sein, daß Dein Mathe - Lehrer auf bestimmten Lösungswegen besteht. Da mußt Du eben im Unterricht die Ohren spitzen.
Übrigens, wenn man im Unterricht Bilder mitlaufen läßt, lernt man leichter und die Stunden gehen schneller herum.

Komplizierter vorzustellen:

6. 22)Fräulein Itzeblitz legte in $3\frac{1}{4}$ Stunden 260 Kilometer mit ihrem Auto zurück. Wie viele Kilometer schaffte sie im Durchschnitt pro Stunde?

Wir können uns die Strecke als gerade Linie vorstellen.
Wie kriegen wir dann die Stunden dazu? Ja, wir können diese Strecke in drei Teile und ein Viertel davon *einteilen.* (Bei einer maßstabsgerechten Zeichnung ergäbe sich daraus die Lösung)
Falls dich das Wort *einteilen* noch nicht auf den Lösungsweg gebracht hat, so gebe ich Dir zu bedenken, daß die Dame die ganze Strecke in $3\frac{1}{4}$ mal eine Stunde fährt. Um auf eine Stunde zu kommen, brauchen wir die Umkehrung dazu.
Oder wir sagen: Auf $3\frac{1}{4}$ Stunden kommen 260 km, wieviel kommt dann auf eine? (Bekommt eine?)
Dann ist der Rechenweg doch klar:

$260 : 3\frac{1}{4} =$

Welchen Schlachtruf brauchen wir? Wie muß mit dem Bruch verfahren werden?

$260 : \frac{13}{4} =$

20

$\frac{260*4}{13} = \frac{80}{1} =$ 80 (km)

1

6. 23)Konditor Süßmund mischt $2\frac{3}{4}$ kg Likörpralinen mit $1\frac{3}{4}$ kg Trüffelpralinen. Mit der Mischung werden 15 gleich schwere Packungen gefüllt. wie viel wiegt eine davon?

Ich sehe einen durchsichtigen Behälter, in den abwechselnd von den beiden Sorten hineingeworfen wird bis die jeweiligen Mengen darin sind. Beide Sorten sind drin, wie muß ich rechnen? (Sie kamen zusammen)

Jetzt sehe ich die 15 leeren Packungen davor stehen und gefüllt werden. Das könnte so vor sich gehen wie in Aufgabe 6. 5), als Aische die Schokoladenrippen austeilte.

Die Mischung muß erst fertig sein, bevor sie in die Packungen verteilt wird. Darum setzen wir das Zustandekommen der Mischung in eine Klammer.

$(2\frac{3}{4} + 1\frac{3}{4}) : 15 =$

$3\frac{6}{4} : 15 =$ (Schlachtruf!)

$\frac{18}{4} : 15 =$ (Bruch durch ganze Zahl)

9 3

$\frac{18}{4*15} = \frac{9}{2*15} = \frac{3}{10}$

2 5

6. 24) $\frac{2}{3}$ der 24 Schüler einer Klasse können schwimmen. Von den Schwimmern sind $\frac{3}{4}$ Knaben. Wie viele Knaben können schwimmen und wie viele Mädchen?

Warum soll das so schwer sein?

Ich sehe die 24 Kinder da stehen. Jetzt ordnen sie sich in drei gleichgroße Gruppen, zwei davon treten nach vorne. (Siehst du sie?)

Die Vorgetretenen ordnen sich in vier gleichgroße Gruppen. Drei der Gruppen bestehen aus Knaben, eine aus Mädchen.

Wenn du noch weißt, wie Bruchteile von Anzahlen berechnet werden, Kannst du jetzt die Aufgabe im Kopf lösen.

Geschafft?

So sähe diese Aufgabe als Term aus:

24 Schüler $/\frac{2}{3}$ Schwimmer $/\frac{3}{4}$ davon Knaben

$24 *\frac{2}{3} * \frac{3}{4} =$

6 1

$\frac{24*2*3}{3*4} \quad = \quad 12$

1 1

6. 25)Frau Rübenstein stellt Kräutermedizin für ihre Freunde und Bekannten her. Das Destillat ihres Rheumaeinreibemittels ergab erst einen Ballon mit $2\frac{1}{2}$ l und dann noch einen mit $1\frac{3}{4}l$. Sie will das Einreibemittel in Fläschchen mit $\frac{1}{8}l$ Fassungsvermögen abfüllen. Wie viele Fläschchen muß sie besorgen?

Kurzfassung:

$2\frac{1}{2}$ l und $1\frac{3}{4}l$ in Fläschchen von$\frac{1}{8}l$abfüllen wie viele Fläschchen?

Lasse deine Vorstellung arbeiten: Ein Quadrat oder ein Kreis in Achtel eingeteilt. In einem Ganzen (Kreis, Quadrat, Liter) stecken acht Achtel. In zwei? In einem halben? In einem Viertel? In drei Vierteln?

Wenn du eine gute Vorstellung von Brüchen und Bruchteilen hast, ist diese Aufgabe im Nu gelöst. Aber dein Lehrer will sicher eine Rechnung sehen. Dazu haben wir bereits vorgearbeitet, indem wir in der Vorstellung die beiden Brüche in Achtel eingeteilt haben.

Also können unsere Zielfragen lauten:

1. Wie viele Achtel sind in jedem der beiden Brüche enthalten und wie viele sind es zusammen?
2. Wie viele Achtel enthalten die beiden Brüche zusammen.

Rechenweg 1. Zielfrage:

$2\frac{1}{2}:\frac{1}{8}=$	$1\frac{3}{4}:\frac{1}{8}=$	Addition der Ergebnisse

Term:

$2\frac{1}{2}:\frac{1}{8}+1\frac{3}{4}:\frac{1}{8}=$

(Beide Gefäße werden in Achtel eingeteilt)

$\frac{5}{2}:\frac{1}{8}+\frac{7}{4}:\frac{1}{8}=$ (Wie hieß der Schlachtruf? Was kommt jetzt?)

4 2

$\frac{5*8}{2*1}+\frac{7*8}{4*1}=$

1 1

$\frac{5*4}{1*1}+\frac{7*2}{1*1}=$

20 + 14 = 34

Rechenweg 2. Zielfrage:

$2\frac{1}{2}+1\frac{3}{4}=$	Division des Ergebnisses durch $\frac{1}{8}$

Term:

$(2\frac{1}{2}+1\frac{3}{4}):\frac{1}{8}=$

(Erst wenn der Inhalt addiert ist, wird in Achtel eingeteilt)

$(3\frac{1}{2}+\frac{3}{4}):\frac{1}{8}=$

$(3\frac{2+3}{4}):\frac{1}{8}=$

$3\frac{5}{4}:\frac{1}{8}=$

$\frac{17*\overset{2}{8}}{\underset{1}{4}*1}=\frac{34}{1}=34$

6. 25) $\frac{2}{5}$ der Bäume einer Obstplantage sind Apfelbäume. $\frac{3}{4}$aller Bäume der Plantage sind krank. Welchen Anteil an der Gesamtheit aller Bäume haben die gesunden Apfelbäume?

Kurzfassung:
$\frac{2}{5}$ der (ganzen!) Plantage A-Bäume./ $\frac{3}{4}$ aller Bäume krank./ Anteil der gesunden A-Bäume?

Nun will ich deine Vorstellungskraft in Anspruch nehmen:
Alle Bäume in fünf Reihen aufgeteilt. 2 Reihen davon sind Apfelbäume. Nun werden alle Reihen in vier Teile zerlegt, indem wir sie ein wenig von einander abrücken. Kannst du sehen in wie viele Teile nun das Ganze zerlegt ist?

Wie viele Teile davon nehmen die zwei Fünftelreihen Apfelbäume ein? Wie viele davon sind krank? Was bleibt an Gesunden übrig?
Ja, so kann man diese Aufgabe in der Vorstellung oder mit einer Zeichnung lösen.

Wenn du gleich zum Zahlenrechnen übergegangen bist, hast du dir wohl gesagt:
% Reihen, jede noch mal in vier Teile zerlegt, macht insgesamt Zwanzigstel. Dann nehmen die 2 Reihen Apfelbäume$\frac{8}{20}$ ein. $\frac{3}{4}$ davon sind , $\frac{1}{4}$ davon ist dann $\frac{2}{20}$

$\frac{3}{4}$ der $\frac{2}{5}$ Apfelbäume sind krank, also ist$\frac{1}{4}$ der Apfelbäume gesund.
(Was „$\frac{3}{4}$ von“ bedeutet, weißt du doch noch!)
Term.
$\frac{2}{5}*\frac{1}{4}=\frac{2*1}{5*4}=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$

6. 26) In einer Schulklasse sind $\frac{2}{3}$ der Kinder ortsansässig. $\frac{1}{3}$ sind Fahrschüler. Während einer Grippewelle erkranken $\frac{3}{4}$ der Ortsansässigen und $\frac{2}{3}$ der Fahrschüler. Welcher Bruchteil der ganzen Klasse ist krank?

Kurzfassung:
$\frac{2}{3}$ ortsansässig/ $\frac{1}{3}$Fahrschüler/ $\frac{3}{4}$Ortansässige krank/$\frac{2}{3}$ Fahrschüler krank/ Teil der Klasse?

Hier können wir doch noch ordnen! Also:

$\frac{2}{3}$ ortsansässig $\frac{3}{4}$davon krank/ $\frac{1}{3}$Fahrschüler $\frac{2}{3}$ davon krank/ Bruchteil der Klasse krank?

Kannst du die Angaben über die Zusammensetzung der Klasse in ein Bild umsetzen?
Die Klasse in drei gleichgroße Gruppen eingeteilt auf dem Schulhof.
Nun werden die beiden ersten Gruppen zusammengenommen, in vier gleichlange Reihen eingeteilt, drei Reihen gehen nach vorne. (Wie heißt die Operation im Bruchrechnen?)
In der dritten Gruppe ordnen sich die Kinder in drei gleichlange Reihen und zwei Reihen davon gehen in den Vordergrund. Dann haben wir im Vordergrund alle kranken Kinder versammelt.
Kannst du den ganzen Ablauf als Film sehen?

	Ortsansässige	Fahrschüler	Zusammen
Anteil der Klasse	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{3}=1$
krank	$\frac{2}{3}*\frac{3}{4}=$	$\frac{1}{3}*\frac{2}{3}=$	$\frac{2}{3}*\frac{3}{4}+\frac{1}{3}*\frac{2}{3}=$

Was unter „Zusammen“ steht, ist auch der Term zu dieser Aufgabe. Setze ihn bitte noch einmal in den Film um!
Rechnung:

$\frac{2}{3}*\frac{3}{4}+\frac{1}{3}*\frac{2}{3}=$

1 1
$\frac{2*3}{3*4}+\frac{1}{3}*\frac{2}{3}=$
1 2

$\frac{1}{2}+\frac{2}{9}=$

$\frac{9}{18}+\frac{4}{18}=\frac{13}{18}$

Wenn dir eine Rechenweise unklar war, dann blättere bitte zurück, und präge dir die entsprechenden Bilder ein.

Wenn ausdrücklich eine Gleichung verlangt wird
Dann solltest du dich grundsätzlich erst mal nicht aufregen. Gerade hier sind Kurzfassung und bildhafte Vorstellung sehr hilfreich, wie du an den folgenden beiden Beispielen leicht erkennen wirst.
Eigentlich haben wir schon mit Gleichungen gerechnet. Hast du das nicht bemerkt? Nein? Prima! Dann weißt du ja schon, daß du das auch kannst.
Wo das war? Ach ja, bei den Aufgaben 6. 10), 6.11) und 6. 12). Nachblättern? Aber ja!

6. 27) Ein Garten wird zu $\frac{2}{3}$ mit Gemüse bepflanzt. Nun soll $\frac{1}{4}$ a der Gemüseanbaufläche zu Blumenbeeten umgewandelt werden. Dann bleiben noch$\frac{3}{2}$ a Gemüseanbaufläche übrig. Wie groß ist der gesamte Garten?

Kurzfassung:
Garten/$\frac{2}{3}$ Gemüse/ $\frac{1}{4}$a Gemüsefläche zu Blumen/ $\frac{3}{2}$a Gemüse übrig/ Größe des Gartens?

Steht dein Film?

Für das Gefragte setzen wir statt des leeren Quadrats wir x. Dann ist die Gesamtfläche des Gartens x. Was geschieht damit? Die $\frac{2}{3}$ sind leicht vorzustellen. Davon wird ein Stück weggenommen, nämlich $\frac{1}{4}$a. Was übrig bleibt sind $\frac{3}{2}$a der Gemüseanbaufläche. Das Wort „übrig“ sagt und zeigt uns, daß auf der linken Seite der Gleichung eine Minusaufgabe steht, und rechts das Ergebnis.

Noch mal das Bild in Wörtern:
Ganzer Garten/$\frac{2}{3}$ davon/ minus $\frac{1}{4}$a ergibt $\frac{3}{2}$a;

Gleichung:

$$X \quad * \frac{2}{3} \qquad - \frac{1}{4}a \quad = \quad \frac{3}{2}a;$$

Na, kriegen wir das auf die Pfeile, damit wir durch Umkehrungen von rechts her zu X kommen können? (Wir wissen doch noch, was $* \frac{2}{3}$ heißt! Übrigens dürfen wir auch schreiben $\frac{3}{2}$x, das ist dasselbe, denn x ist nur zu zwei Dritteln vorhanden.)

$$x\overrightarrow{:3}\overrightarrow{2}\overrightarrow{-\frac{1}{4}a}\frac{3}{2}a$$

Alles klar? Nun die Umkehrung.

$$x\overrightarrow{3}\overrightarrow{:2}\overrightarrow{+\frac{1}{4}a}\frac{3}{2}a$$

Nun rechnen wir!

$$\frac{21}{8}\overrightarrow{3}\frac{7}{8}\overrightarrow{:2}\frac{7}{4}\overrightarrow{+\frac{1}{4}}\frac{6}{4}$$

Lösung: $x = \frac{21}{8} = 2\frac{5}{8}$

Andere Rechenweise:
(Gemüsebeet) (Abzug für Blumen) (Restgemüsebeet)

$$X \quad * \frac{2}{3} \qquad - \frac{1}{4}a \quad = \quad \frac{3}{2}a;$$

(Wenn ich genau wüßte, wieviel $\frac{2}{3}$ von x sind, wüßte ich mir schon zu helfen. Da stört aber das zu subtrahierende Viertel. Na, gebe ich doch einfach dem Gemüsebeet das Viertel zurück. Dann wird aber auch der Rest um dieses Viertel größer, weil der vorher das Ergebnis der Minussaufgabe war.)

$$x \quad * \frac{2}{3} \quad - \frac{1}{4}a + \frac{1}{4}a \quad = \quad \frac{3}{2}a + \frac{1}{4}a$$

$$x \quad * \frac{2}{3} \qquad = \qquad \frac{6+1}{4}a$$

$$x \quad * \frac{2}{3} \qquad = \qquad \frac{7}{4}a$$

(Vielleicht denkst du jetzt an den Kehrbruch. Gut! Aber man braucht nur zu wissen, wie man von $\frac{2}{3}$ auf das Ganze kommt: Nämlich :2 ergibt ein Drittel, *3 ergibt das Ganze, also können wir durch

$*\frac{3}{2}$ links des Gleichheitszeichens auf das ganze x kommen und rechts auf die ganze Gemüsebeetfläche. Denn der Bruch der da steht, bedeutet $\frac{2}{3}$ der Gemüsebeetfläche!)

$$x \quad * \frac{\overset{1}{2}*\overset{1}{3}}{\underset{1}{3}*\underset{1}{2}} = \frac{7*3}{4*2}a$$

$$x = \frac{21}{8} = 2\frac{5}{8}a$$

6. 28) Eine Verpackung für Glaskugeln wiegt $\frac{3}{5}$ kg. Sie wird mit 12 Kugeln gefüllt. Die ganze Packung wiegt dann 3 kg. Wie schwer ist eine Kugel?

Kurfassung.
Verpackung $\frac{3}{5}$kg/12 Kugeln hinein/wiegt dann 3kg/ Wie schwer eine Kugel?
Steht dein Film? Wofür setzen wir x? Was sagt uns das Wort „dann“? (Denke an „übrig“ oder „ergibt“)
Wenn dein Film gut ist, siehst du die 12 Kugeln in der Packung und auf jeder steht ein X.

Das Bild in Wörtern:
Packung $\frac{3}{5}$ kg/ 12 Kugeln je x kg hinein/ dann 3kg.
Gleichung:
$\frac{3}{5}$kg + 12 * x = 3kg;
(Wenn wir die Umkehrlösung mit den Pfeilen wollen, müssen wir x an den Anfang stellen. Daß wir die Faktoren einer Multiplikation vertauschen können, wurde schon erklärt.)

$x\ \text{kg}\overrightarrow{12}\overrightarrow{+\frac{3}{5}}3\text{kg}$

$\frac{1}{5}\text{kg}\overrightarrow{:12}\frac{12}{5}\overrightarrow{-\frac{3}{5}}3\text{kg}$

Wenn wir wissen, wieviel die 12 Kugeln ohne Verpackung wiegen, dann ist es doch recht einfach, auf das gewicht einer Kugel zu kommen:

$\frac{3}{5}$kg + 12 * x = 3kg;
$\frac{3}{5}$kg $-\frac{3}{5}$kg +12 * x = 3kg - $\frac{3}{5}$kg — Von Kugeln und Gesamtgewicht werden $\frac{3}{5}$ weggenommen

12 * x = $2\frac{2}{5}$kg
1 2 * x = $\frac{12}{5}$kg — Eine Kugel! Also :12 oder $*\frac{1}{12}$

$$\frac{\overset{1}{12*x}}{\underset{1}{12}} = \frac{\overset{1}{12}}{\underset{1}{5*12}}\text{kg}$$

$$x = \frac{1}{5}\text{kg}$$

Probleme mit $*\frac{1}{12}$?
Was sagen hier Nenner und Zähler aus?
„Zwölftel“ heißt doch: In zwölf Teile geteilt!

(Hat er jetzt wieder genervt, der Alte?)

Löse nun bitte folgende Aufgaben selbständig.

6. 29) In der Jugendherberge steht ein Korb Äpfel, aus dem sich die Gäste nach Belieben bedienen dürfen. Sven nimmt sich $\frac{1}{3}$ heraus. Nach ihm kommt Angela, die sich mit $\frac{1}{7}$ der noch vorhandenen Äpfel begnügt. Vom Rest steckt sich Torsten $\frac{2}{3}$ in den Rucksack. 4 Äpfel sind nun noch im Korb. Wie viele Äpfel waren es, bevor Sven sich bediente.
(Löse diese Aufgabe zunächst von den 4 Äpfeln aus und versuche dann die Gleichung.)

6. 30) Familie Sterzer verwendet $\frac{1}{4}$ dessen, was Herr Sterzer ausgezahlt bekommt für Miete und Nebenkosten. $\frac{3}{8}$ für Lebensmittel, Taschengeld und Anderes. $\frac{1}{8}$ wird für das Auto ausgegeben. Dann bleiben 400 € übrig. Wie viel € bekommt Herr Sterzer ausgezahlt?
(Löse bitte als Gleichung)

6. 31) Bei einer Verkehrskontrolle waren $\frac{3}{4}$ der kontrollierten Fahrzeuge Personenkraftwagen $\frac{1}{4}$ Lastwagen. Bei $\frac{2}{5}$ der PKW und $\frac{1}{3}$ der LKW wurden technische Mängel festgestellt. Welcher Bruchteil aller geprüften Fahrzeuge wies Mängel auf?

(Löse bitte erst in Teilschritten, dann als Term.)

Rechenwege:

6. 29)
Kurzfassung:
Sven $\frac{1}{3}$ vom Ganzen/ Angela $\frac{1}{7}$ des noch Vorhandenen/ Torsten $\frac{2}{3}$ des Restes/ 4 übrig

Wenn Torsten $\frac{2}{3}$ der noch vorhandenen Äpfel eingesteckt hat, welcher Bruchteil blieb dann liegen? (Bild?)

In Einzelschritten:

Torsten	Angela	Sven
$\frac{1}{3} = 4$ $\frac{3}{3} = 12$	$\frac{6}{7} = 12$ $\frac{1}{7} = 2$ $\frac{7}{7} = 14$	$\frac{2}{3} = 14$ $\frac{1}{3} = 7$ $\frac{3}{3} = 21$

Gleichung 1. Möglichkeit

Mit der bildhaften Vorstellung siehst du, daß Sven $\frac{1}{3}$ nahm und $\frac{2}{3}$ liegenließ. Ebenso ließ Angela $\frac{6}{7}$ liegen und Torsten$\frac{1}{3}$!

Diese Vorstellung erleichtert das Aufstellen der Gleichung, wenn wir noch wissen, wie man z. B. $\frac{2}{3}$ von etwas errechnet.

Im Korb/Sven/Angela/Torsten/ übrig

$X \quad * \frac{2}{3} \quad *\frac{6}{7} \quad *\frac{1}{3} \quad = 4;$

Wir errechnen, was Alles nacheinander mit den Äpfeln geschah.

$$X \quad * \frac{2*\overset{2}{6}*1}{\underset{1}{3}+7*3} \quad = 4$$

$$x \quad * \frac{4}{21} \quad = 4$$

Wie komme ich von $\frac{4}{21}$ auf das Ganze, bei x und bei den Äpfeln?

$$x \quad * \frac{\overset{1}{4}*\overset{1}{21}}{\underset{1}{21}*\underset{1}{4}} \quad = \frac{\overset{1}{4}*21}{\underset{1}{4}}$$

$$x \quad = 21$$

So geht das mit Bildern. Nun zeige ich dir gleich, wie man normalerweise ohne Bilder eine Gleichung zu solchen Aufgaben aufstellt. Dann weißt du ganz genau, daß sich Bilder lohnen. Mögen die entstehenden Terme auch sehr groß aussehen, auch ein Sechstklässer kann sie schon Schritt für Schritt lösen.

Vorab aber noch etwas zum Rechnen mit Klammern:

Stelle dir vor, du hast einem Nachbarn im Garten geholfen. Am ersten Tag 3 Stunden und am zweiten 5 Stunden. Für jede Stunde sollst du 3€ bekommen.

Nun würde der Nachbar so rechnen:

3 + 5 * 3 = (Punkt vor Strich!)

3 + 5 * 3 = 18

Würdest du dir das gefallen lassen? Also:

(3 + 5) * 3 =

8 * 3 = 24

Oder:

(3 + 5) * 3 =

3 * 3 + 5 * 3 =

9 + 15 = 24

Vorzeichen vor der Klammer:

Auf einem Konto seien 50€.
Wenn an einem Tag mehrere Beträge eingezahlt werden, kann das so aussehen:

50€ + (15€ + 3€ +10€)   Alles kommt dazu, also wird alles addiert:
50€ + 15€ +3€ +10€ = 78€

Wenn vor der Klammer + steht, können wir die Klammer weglassen ohne die Vorzeichen zu ändern.

Nun soll eine Rechnung von 30€ überwiesen werden, von der aber ein Bonus von 5€ abgezogen werden. Das kann auf zwei Arten gehen:
50€ - (30€ - 5€) =
50€ -   25€   = 25€

Man kann aber auch sagen: „Die 5€ bleiben auf dem Konto“, dann sieht es so aus:
50€ - (30€ - 5€) =
50€ - 30€ + 5€ = 25€

Wenn ein – vor einer Klammer steht, ändern sich beim Auflösen die Vorzeichen.

Gleichung 2. Möglichkeit
Kurzfassung:
Sven $\frac{1}{3}$ vom Ganzen/ Angela $\frac{1}{7}$ des noch Vorhandenen/ Torsten $\frac{2}{3}$ des Restes/ 4 übrig

Hier wird gedacht: Sven nimmt $\frac{1}{3}$ der unbekannten Zahl weg, also x - $\frac{1}{3}$x, und das ist auch das, was zunächst übrigbleibt. ($\frac{1}{3}$*x ist dasselbe wie $\frac{1}{3}$x)
Davon nimmt Angela $\frac{1}{7}$, das hieße:
$X - \frac{1}{3}x - (X - \frac{1}{3}x) * \frac{1}{7}$ das bleibt nach Angelas Zugriff übrig.

Davon nimmt Torsten $\frac{2}{3}$, die müssen errechnet und abgezogen werden.
Sven /   Angela   /   Torsten

$$X - \frac{1}{3}x - (X - \frac{1}{3}x) * \frac{1}{7} - [x - \frac{1}{3}x - (x - \frac{1}{3}x) * \frac{1}{7}] * \frac{2}{3} = 4$$

$$X - \frac{1}{3}x - (\frac{1}{7}x - \frac{1}{21}x) - [x - \frac{1}{3}x - (\frac{1}{7}x - \frac{1}{21}x)] * \frac{2}{3} = 4$$

$$X - \frac{1}{3}x - \frac{1}{7}x + \frac{1}{21}x - [x - \frac{1}{3}x - (\frac{1}{7}x - \frac{1}{21}x)] * \frac{2}{3} = 4$$

$$X - \frac{7}{21}x - \frac{3}{21}x + \frac{1}{21}x - [x - \frac{7}{21}x - \frac{3}{21}x + \frac{1}{21}x] * \frac{2}{3} = 4 \qquad (X = \frac{21}{21}x)$$

$$\frac{12}{21}x - \frac{\overset{4}{12*2}}{\underset{1}{21*3}}x = 4$$

$$\frac{12}{21}x - \frac{8}{21}x = 4$$

$$\frac{4}{21}x = 4$$

$$\frac{\overset{1\ \ 1}{21*4}}{\underset{1\ \ 1}{4*21}}x = \frac{\overset{1}{4*21}}{\underset{1}{4}}$$

$$x = 21$$

Da wird doch die Wutz im Stall verrückt!

Glaubst du jetzt, daß es mit Bildern besser geht?
Wer Lust hat, diese Lösungswege mal eigenständig zu üben, dem sei hier eine schon bekannte Aufgabe noch einmal gegeben. Also, meine Angaben unter der Aufgabe abdecken und erst mal selbst probieren!

6. 9) Frau Kuchenbauer hat für ihre drei Söhne Dampfnudeln gebacken. Die Söhne halten zu verschiedenen Zeiten Brotzeit. Der erste ißt $\frac{1}{3}$ der gebackenen Dampfnudeln und geht wieder in den Stall. Der zweite ißt $\frac{1}{3}$ des Rests und geht wieder aufs Feld. Der dritte kommt aus der Werkstatt und ißt $\frac{1}{3}$ der Dampfnudeln, die noch da sind. 8 Dampfnudeln bleiben übrig. Wie viele hat Frau Kuchenbauer gebacken?

Gleichung mit bildhafter Vorstellung:

$X*\frac{2}{3}*\frac{2}{3}*\frac{2}{3} = 8$

Gleichung nach den wörtlichen Aussagen:
Vorbereitung der Gleichung:
Gebackene Anzahl = x,
dann ißt der erste Sohn: $x-\frac{1}{3}x$, (das ist das Ganze - $\frac{1}{3}$des Ganzen!)
der zweite Sohn. $(x-\frac{1}{3}x)*\frac{1}{3}$, (das ist $\frac{1}{3}$ des Restes!)
der dritte Sohn: $[(x-\frac{1}{3}x)-(x-\frac{1}{3}x)*\frac{1}{3}]*\frac{1}{3}$ (das ist $\frac{1}{3}$ dessen, was noch übrig ist!)

Gleichung:

$X - \frac{1}{3}x - (x - \frac{1}{3}x)*\frac{1}{3} - [(x-\frac{1}{3}x)-(x-\frac{1}{3}x)*\frac{1}{3}]*\frac{1}{3} = 8;$

Das Ergebnis kennst du, also kannst du auch die Lösungswege mal alleine durchgehen.

Hier sei nochmals wiederholt: Bildhafte Vorstellung und Kenntnis der Rechenweise ersparen Arbeit.

6. 30) Kurzfassung:

$\frac{1}{4}$ des Ausgezahlten Miete,/$\frac{3}{8}$ Lebensmittel u. a./$\frac{1}{8}$ Auto/ 400€ übrig.
Wir können uns vorstellen, Herr Sterzer legt seinen noch unbekannten Lohn auf den Tisch, dann werden die Teile weggenommen, und 400€ bleiben übrig. Zu jeder Wegnahme (Rechenzeichen) muß der entsprechende Anteil des Ausgezahlten berechnet werden.

Der Lohn/Miete/Lebensmittel/Auto/Rest

$X \quad - \frac{1}{4}x \quad - \frac{3}{8}x \quad - \frac{1}{8}x = 400€$ (Wir fassen die ausgaben zusammen)
$X \quad - (\frac{2}{8}x \quad + \frac{3}{8}x \quad + \frac{1}{8}x) = 400€$

$X - \frac{6}{8}x = 400€$ (Wie viele Achtel hat das ganze x?)

$\frac{2}{8}x = 400€$ (Wie kommen wir auf beiden Seiten zum Ganzen?)

1 1 4

$\frac{2*8}{8*2}x = \frac{400*8}{2}€$

1 1 1

$x = 1600€$

6. 31) Geordnete Kurzfassung:
$\frac{3}{4}$ PKW, $\frac{2}{5}$ Mängel/ $\frac{1}{4}$ LKW, $\frac{1}{3}$ Mängel/ Fahrzeuge mit Mängeln, Bruchteil von allen?
(Kannst du Bilder dazu sehen?)

Lösung in Teilschritten.

Pkw mit Mängeln	LKW mit Mängeln	Gesamtbruchteil
$\frac{3}{4} * \frac{2}{5} =$	$\frac{1}{4} * \frac{1}{3} =$	$\frac{3}{4} * \frac{2}{5} + \frac{1}{4} * \frac{1}{3}$

Term:

$\frac{3}{4} * \frac{2}{5} + \frac{1}{4} * \frac{1}{3} =$

1

$\frac{3*2}{4*5} + \frac{1*1}{4*3} =$

2

$\frac{3}{10} + \frac{1}{12} =$

$\frac{18+5}{60} = \frac{23}{60}$

Rechnen mit Dezimalbrüchen

Was ist ein „Dezimalbruch?
Nun, in Supermärkten findet man oft solche Preisschilder: 2,99€

„Kenne ich doch“, wirst du sagen, „aber was hat das mit Bruch zu tun?“

Schauen wir genau hin:
Da liegen zwei (ganze!) Eurostücke, neun Zehncentstücke und neun Cent.

Um auf einen ganzen Euro zu kommen, brauche ich 10 Zehnerstücke. Und um ein einen Zehner zu kommen, brauche ich 10 einzelne Centstücke.
Also ist ein Zehnerstück wiederum $\frac{1}{10}$ eines ganzen Euro.
Welcher Bruchteil eines Euro ist dann ein Cent?

Also können wir sagen: 2,99€ = $2\frac{99}{100}€$
Kannst du das so in dich nehmen?

Demnach bedeutet die 2 vor dem Komma 2 Ganze die erste 9 dann $\frac{9}{10}$, und die zweite 9 stellt $\frac{9}{100}$ dar. Etwas unklar? Dann addiere mal die Zehntel und die Hundertstel.

Also sind Dezimalbrüche eine Schreibweise, mittels derer wir Brüche mit Zehnerzahlen im Nenner ohne Bruchstrich schreiben können. („decem“ heißt auf lateinisch zehn) Vor dem Komma stehen die Ganzen, hinter dem Komma folgen Zehntel, Hundertstel, Tausendstel u. s. w.

Was heißt dann 0,001m?
Was Meter, Dezimeter, Zentimeter, und Millimeter sind, kennst du vielleicht aus Vaters Werkzeugkasten, Mutters Nähkorb oder auch vom Bandmaß beim Weitsprung her.
(Noch mehr Latein: centum heißt hundert, mille tausend)
Also: Die Null vor dem Komma sagt aus 0 ganze Meter, die erste Null nach dem Komma 0 Zehntel eines Meters, die zweite nach dem Komma 0 hundertstel. Die folgende Eins bedeutet dann: Ein Tausendstel Meter.
Brüche in Dezimalzahlen umzuschreiben ist so lange leicht, wie sich der Nenner auf 10, 100 oder 1000 erweitern läßt.
Beispiel:
$\frac{4}{25} = \frac{4*4}{25*4} = \frac{16}{100} = 0{,}16$

Es geht aber auch anders:
Erinnerst du dich noch an die Aufgabe mit den vier Freunden, die sich drei Stunden Gocartfahren teilen mußten?

Wir stellten fest: 3 : 4 = $\frac{3}{4}$, was so viel heißt, wie: Wenn 3 Stunden auf vier Jungs *verteilt* werden, bekommt jeder eine Dreiviertelstunde, oder auch 3 Stunden kann man in vier Reihen von je einer Dreiviertelstunde *einteilen*.

Demnach ist $\frac{3}{4}$ dasselbe wie 3 : 4; und wenn wir so rechnen wollen, brauchen wir die dezimale Schreibweise:

3 : 4 = 0,7 5
$\underline{0}$ (4 in 3 geht 0 mal)
30 (Hinzunahme der Zehntel, darum Komma beim Ergebnis)
$\underline{28}$
20 (Im Ergebnis sind wir bei Hundertstel, darum darf 0 angehängt werden)
$\underline{20}$
0
Wie ganz am Anfang beim Bruchrechnen hat sich wieder gezeigt, daß statt des Bruchstrichs ein Divisionszeichen stehen kann.

Wir haben die drei Stunden an vier Jungen verteilt, das Ergebnis war 0,75.
Fangfrage: Heißt das nun, jeder bekommt 75 Minuten?

„Hält mich denn der Alte für blöd?“ wirst du sagen. „Natürlich weiß ich, daß eine Stunde 60 Minuten hat!“

Sehr gut! Aber was ist dann mit unserem Ergebnis?

Was $\frac{3}{4}$ von 60 Minuten sind, wirst du im Kopf ausrechnen können.

Was bedeutet 0,75 in Dezimalschreibweise?
Also können wir rechnen:

$$60 * \frac{75}{100} = \frac{60*\overset{3}{75}}{\underset{4}{100}} = \frac{\overset{15}{60}*3}{\underset{1}{4}} = 45 \text{ (Minuten)}$$

0,75 ist aber doch dasselbe wie $\frac{3}{4}$! Laß uns rechnen:

<u>60 * 0,75</u>
420
<u>300</u>
45,00

Warum das Komma beim Ergebnis?
Es wurde nicht mit 75 multipliziert sondern mit 0,75, und das heißt $\frac{75}{100}$, also sind nach der Multiplikation nur noch $\frac{75}{100}$ von den 60 da. Die 60 wurden durch 100 dividiert und dann mit 75 multipliziert.

Wie sieht das aus, wenn zwei Dezimalbrüche miteinander multipliziert werden?

56,84 * 6,99 = 3973116
Wo kommt hier das Komma hin?

$$56\frac{84}{100} * 6\frac{99}{100} = \frac{5684*699}{100*100} = \frac{3973119}{10000} = 397{,}3116$$

(Das Ergebnis im Zähler muß durch die 10000 im Nenner dividiert werden.)
Eine Regel hierzu lautet: „Beim Ergebnis werden ebenso viele Stellen abgestrichen, wie bei beiden Faktoren abgestrichen waren.“
Zu wissen warum ist aber immer besser, als eine Regel nur auswendig zu lernen!

Noch etwas zum Dividieren durch Zehnerzahlen:
Stelle dir vor, du hast einen Euro und sollst den zuerst an zehn Kinder verteilen, dann an hundert Kinder.

In der Vorstellung ist das einfach. „Umwechseln in kleinere Münze“ drängt sich da sofort auf. Man bräuchte nicht zu rechnen.
Gerechnet sieht es folgendermaßen aus:

1 : 10 = 0,1
<u>0</u> (Zehn geht in Eins null mal. Nach dem Komma kommen die Zehntel)
10
<u>10</u>
00

1 : 100 = 0,01
0
10
100
100
000

Klar: Für jede Zehnerstelle. Durch die dividiert wird, rückt das Komma eine Stelle nach rechts. Eben, weil die Münze kleiner wird.

Was geschieht dann, wenn ich mit 10, 100, 1000 oder noch mehr multipliziere?

Suche dir bitte deine eigenen Beispiele.

Beim Dividieren einer Dezimalzahl durch eine ganze Zahl müssen wir beachten, wann nur noch Zehntel verteilt werden

61,2 : 4 = 15,3
4
21
20
12 (Hier geht es an die Zehntel, darum Komma)
12
00

Wie sieht es beim Dividieren durch einen Dezimalbruch aus?
75 : 0,003 =

: 0,03, das heißt doch $:\frac{3}{1000}$! Erinnerst du dich noch an das Dividieren durch Brüche? An das Zerschneiden der Äpfel oder der Pizzastücke? Hier müßten die 75 in je 1000 Stückchen zerschnitten werden und dann diese in Dreierreihen eingeteilt.
Im Bruchrechnen würden wir so schreiben:
$75 : \frac{3}{1000} = \frac{75*1000}{3} = \frac{75000}{3} = 25000$ (Es gibt 25000 Reihen!)

Ich habe absichtlich nicht am Bruchstrich gekürzt, denn in der dezimalen Schreibweise verfahren wir so:
75 : 0,003 = 75000 : 3 = 25000
Die 75, der Dividend, wurde mit dem Nenner des Divisors 0,003 multipliziert.

Man kann bei der Division durch einen Dezimalbruch aber auch anders denken:

15,60 : 1,5 =

Zur Vereinfachung verwandeln wir den Divisor 1,5 in eine ganze Zahl. Dann muß aber der Dividend 15,60 auch verändert werden, sonst stimmt das Verhältnis nicht mehr. Darum schreiben wir die Division erst mal als Bruch und erweitern diesen:

$\frac{15,60}{1,5} = \frac{15,60*10}{1,5*10} = \frac{156,0}{15} =$

156,0 : 15 = 10,4
15
  6
  0
  60
  60
  00

Natürlich müssen wir den Bruch und die Erweiterung nicht schreiben, es genügt, wenn wir das wissen. Hier noch ein ähnlicher Fall:

0,0035 : 0,07 = 0,35 : 7 = 0,05

Wenn wir Dezimalbrüche zueinander addieren oder voneinander subtrahieren, müssen wir darauf achten, daß wir Einer zu Einern und Zehner zu Zehnern addieren, ebenso wie Zehntel zu Zehnteln und Hunderstel zu Hundersteln. (Auch hier: Gleichgroße Stücke!)
Aber die Regel „Komma unter Komma“ allein schützt nicht vor Fehlern. Ein wenig muß man schon denken:

13,75m + 1,26dm =

Kannst du dir Meter und Dezimeter auf dem Maßband vorstellen?
Wenn wir dm zu m addieren, wird die Rechnung falsch.
Also müssen wir umwandeln.
Wir wissen.
1dm = $\frac{1}{10}$m also 0,1m dann könnte unsere Rechnung so aussehen:
13,75m + 0,126m =

Aber auch so:
137,5dm + 1,26dm =

Wie wurde hier gedacht?

Ein Sonderfall beim Umrechnen von Brüchen zu Dezimalzahlen

Wir wissen, daß man Brüche in Dezimalzahlen umwandeln kann, indem man entweder so erweitert, daß der Nenner 10, 100, oder 1000 wird, oder aber den Zähler durch den Nenner dividiert. Dabei kann es vorkommen, daß die Aufgabe nicht aufgeht. Beispiel:

$\frac{2}{3} = 2 : 3$

2 : 3 = 0,666 (und so ginge es immer weiter)
$\underline{0}$
20
$\underline{18}$
20
$\underline{18}$
20
$\underline{18}$
2

Wenn sich eine Zahl im Ergebnis bis in alle Ewigkeit wiederholen würde, nennen wir das einen periodischen Dezimalbruch und schreiben ihn folgendermaßen:
$0{,}666 = 0{,}\overline{6}$
Also einfach mit einem Strich über der Zahl, die sich endlos wiederholen würde.

Maßeinheiten
In den Textaufgaben zum Rechnen mit Dezimalbrüchen kommen verschiedene Maß – und Gewichtsangaben vor. Darum hier mal ein Überblich über die wichtigsten.
Geld kennst du sicher schon. Fangen wir also mal mit den Längenmaßen an:

1mm * 10 = 1cm; 1cm * 10 = 1dm; 1dm * 10 = 1m; 1m * 1000 = 1km;
1mm = 0,1cm, 0,01dm, 0,001m, 0, 000001km

Flächenmaße
Eine Fläche ist zum Beispiel der Boden eines Zimmers. Man mißt Flächen in gleichgroßen Quadraten. Die Böden von Küchen, Bädern oder auch der Dusche in der Turnhalle sind oft mit quadratischen Fliesen ausgelegt. Das ergibt eine gute Vorstellungsgrundlage.

Vier der kleinen Quadrate in deinem Rechenheft ergeben zusammen einen Quadratzentimeter (cm^2)
Die nächste Größe wäre dann Quadratdezimeter (dm^2). Wie viele cm^2 passen in die Länge eines dm? Klar, 10! Kannst du das sehen? Eine Reihe aus 10 Quadratzentimetern! Ein dm^2 ist nun aber ein Quadrat mit der Seitenlänge 10cm. Also kommt nun Reihe um Reihe dazu, bis es 10 Reihen sind. Wenn es dir schwerfällt, das zu sehen, dann zeichne mal!
In einer Reihe 10 cm^2 und 10 Reihen sind da, das ist das typische Beispiel für eine Multiplikation $10cm^2 * 10 = 100cm^2$; (Die hochgestellte 2 sagt aus, daß eine Zahl mit sich selbst multipliziert wurde: $10^2 = 10*10 = 100$)
Mit der Vorstellung von 10 dm^2 in einer Reihe, und diese Reihe ist zehn mal da, kommst du auf einen Quadratmeter (m^2).
$10m^2$ in einer Reihe *10 ergeben 1 Ar, abgekürzt a.
10 a *10 ergeben 1 Hektar, abgekürzt ha.
10 ha in einer Reihe * 10 ergibt einen Quadratkilometer, abgekürzt km^2 .

Raummaße
Ein Raum, das ist nicht nur der Boden eines Zimmers, das ist das ganze Zimmer bis zur Decke. Den Inhalt eines Raumes mißt man in gleichgroßen Würfeln.
Stelle dir einen Würfel vor, der genau auf die vier kleinen Quadrate eines Rechenheftes paßt. Er ist einen Zentimeter lang, einen Zentimeter breit und einen Zentimeter hoch. Das ist dann ein Kubikzentimeter, geschrieben cm^3 .
Stellen wir uns wieder einen Quadratdezimeter vor. Um diesen mit Kubikzentimetern zu belegen, brauchen wir 10 in einer Reihe und diese 10 mal. Kannst du dir die entstandene Schicht vorstellen? Wenn wir jetzt noch neun weitere solche Schichten drauflegen, haben wir den Raum eines Kubikdezimeters ausgefüllt.
Wie viele cm^3 haben wir?
$10cm^3$ in einer Reihe * 10 ergab die Grundschicht und diese Schicht ist 10* da.
$10cm^3 * 10 * 10 = 1000cm^3$ ($10 * 10 * 10 = 10^3$)

Also enthält $1dm^3$ $1000cm^3$ (Siehst du auch genau, warum?)
Wie viele Würfelchen von der Größe eines Kubikmillimeters (mm^3) enthält dann ein Kubikzentimeter? (Wie viele passen in eine Reihe?)
Und wie viele dm^3 brauchen wir dann um einen Kubikmeter (m^3) auszufüllen?

$1mm^3 *1000 = 1cm^3$; $1cm^3 *1000 = 1dm^3$; $1dm^3 * 1000 = 1m^3$;

Flüssigkeiten mißt man in Litern (l). Der tausendste Teil eines Liters ist ein Milliliter (ml), der die Größe eines mm^3 hat. Also entspricht 1l einem dm^3 . Manchmal taucht auch die Bezeichnung „Hektoliter" (hl) auf, das sind 100 Liter.

Gewichtsangaben findet man in Milligramm (mg), Gramm (g), Kilogramm (kg) und Tonnen (t). So sehen die Größenverhältnisse aus.
1mg * 1000 = 1g ; 1g * 1000 = 1 kg ; 1kg * 1000 = 1t ;

6.32) Der Boden eines 5m langen und 12m breiten Speisesaals soll quadratischen Bodenplatten von 50cm Seitenlänge belegt werden. Wie viele Bodenplatten werden gebraucht?

Wenn du nach der bildhaften Vorstellung und dem, was oben erklärt wurde, vorgehst, siehst du vielleicht, wie auf die Länge eines Meters je zwei Bodenplatten passen. (50cm + 50cm = 1m) Das ergäbe dann in der Längsseite eine Reihe von 24 Stück. Die Anzahl der Reihen ergibt sich aus der Breite: nämlich 10. Also:10 Reihen von je 24 (oder 24 Reihen von je 10) ergibt eine Anzahl von 240 Bodenplatten.

Vielleicht hast du aber in Geometrie schon die Formel: A = a* b; gelernt und gerechnet:
$12m * 5m = (24 * 5)m^2 = 60m^2$

Oder von der Reihe ausgehend:
$12m^2 * 5 = 120m^2$

Das wäre die Fläche des ganzen Raumes. Um zu errechnen, wie viele Bodenfließen darin enthalten sind, brauchen wir die Größe der Quadrate:
A = l * b
$A = 50cm * 50 cm = 2500cm^2$
Über unterschiedliche Maßeinheiten haben wir schon gesprochen. (Nachblättern?)
Wir haben drei Möglichkeiten, Raumfläche und Fliesengröße auf ein gemeinsames Maß zu bringen.

1. Die Raumfläche in cm^2
$1m^2$ enthält $100dm^2$ (siehst du das?) und $1dm^2$ wiederum $100cm^2$, also:
$60m^2 * 100 = 6000dm^2$; $6000dm^2 * 100 = 600000cm^2$
Oder: $120m^2 * 10000 = 1200000cm^2$

2. Die Fliesengröße in m^2
Kannst du dir noch einen Quadratdezimeter vorstellen? Wir brauchen 100 Quadratzentimeter um einen vollzukriegen. Also müssen wir errechnen wieviel mal 100 in der Fliesengröße enthalten ist. Von Quadratdezimetern zu den Quadratmetern ist es noch einmal derselbe Schritt. Wie oben gesehen, geht es auch in einem Schritt. Um diesen zu vollziehen, haben wir drei Möglichkeiten:
a) :10000; b) $*\frac{1}{10000}$; c) * 0, 0001

(Über das Dividieren durch Zehnerzahlen weißt du doch noch bescheid?)

$2500cm^2 * 0{,}0001 = 0{,}25m^2$

3. Beide Größen in dm^2
$60m^2 * 100 = 6000dm^2$
$2500cm^2 : 100 = 25\ dm^2$

Um festzustellen, wie oft die Fliesengröße in der Raumfläche enthalten ist, kann man in allen drei Maßeinheiten dividieren. Ich nehme mal die zuletzt festgestellten.

6000 : 25 = 240

6. 33) Ein Gartenschwimmbecken ist sieben Meter lang und vier Meter breit. Wie hoch ist der Wasserspiegel, wenn $77m^3$ Wasser eingefüllt werden?

Siehst du alles, oder ist es besser, wenn du noch einmal die Erklärung der Raummaße ansiehst?

Mit den vorgegebenen Maßen können wir uns die Grundschicht in Kubikmetern vorstellen. Was wir nicht wissen, ist, wie viele Schichten es sind. Aber wir wissen, was herauskommt, wenn wir die Grundschicht mit der Wasserhöhe multiplizieren!
Fällt dir schon die Umkehrrechnung ein?

Stellen wir uns mal das Becken von einer Seite aus vor. Wir wissen, wie viele m^3 in einer Schicht enthalten sind. Nun kommt Schicht auf Schicht, bis es insgesamt $77m^3$ sind. Von der Seite sehen die Schichten aus wie Reihen. Wir wissen, wie Viel in einer Reihe ist, aber uns fehlt die Anzahl der Reihen!
Wurde doch schon mal erklärt …
Aha: Division!

Den Rauminhalt eines Hohlkörpers nennen wir Volumen. Dann sieht das so aus:

Volumen = Grundschicht * Anzahl der Schichten

Volumen : Grundschicht = Anzahl der Schichten

$77m^3 : (7 * 4)m^3 =$
$77m^3 : 28m^3 = 2,75$

77 : 28 = 2,75
<u>56</u>
210
<u>196</u>
140
<u>140</u>
000

6. 34) Ein Lastkraftwagen kann eine Last von 3t befördern. Wie viele Backsteine von 2,5 kg kann er dann laden?

Erinnerst du dich an die Gewichtsangaben?
Stellen wir uns vor, daß ein Backstein zum anderen gelegt wird, bis sie zusammen 3000 kg wiegen.
Das wäre mit einer Addition zu lösen, aber das wäre sehr umständlich und langwierig.
Einmal 2,5 kg, zweimal 2,5kg u. s. w.
Klar doch, unsere Frage lautet: Wie viel mal sind die 2,5 in 3000 enthalten?

3000kg : 2,5kg =

Was hast du dir zum Dividieren durch einen Dezimalbruch gemerkt?
Denkst du in Brüchen, dividierst du hier durch $\frac{25}{10}$.
Erweitert werden müßten Dividend und Divisor um eine Stelle, also mit 10.

30000kg : 25kg = 1200

6. 35) Ein Jägerzaun soll aus Einzelteilen von je 1,85m Länge zusammengesetzt werden. Wie viele Einzelteile werden benötigt, wenn der Umfang des Grundstückes abzüglich der Toreinfahrt 271,95m lang ist?

Hier können wir die Länge in Stücke von je 1,85m *einteilen*.

271,95m : 1,85m = 27195 : 185 =

Die 5 am Ende von Dividend und Divisor verrät, beide sind durch 5 teilbar, also kann ich mittels Kürzen die Aufgabe vereinfachen:
$\frac{27195:5}{185:5} = \frac{5439}{37} = 5439 : 37 = 147$

6. 36) Mustafa hilft in einem Dönergrill aus. Für eine Stunde erhält er 9,80€. Wie viele Stunden hat er gearbeitet, wenn ihm der Chef 372,40€ auszahlt?

Jede Stunde 9 Eineuromünzen und 8 Zehncentstücke. Die können wir uns als übereinanderliegende Reihen vorstellen, bis 372,40€ erreicht sind. Und gleich wissen wir, daß die Rechnung kürzer wird, wenn wir die Auszahlung in Stundenlöhne *einteilen*.
Wenn du an *Enthaltensein in* dachtest, liegst du richtig.

Dividend und Divisor zeigen 0 Hunderstel an, also dürfen wir diese Stellen weglassen:

372,40h : 9,80h = 3724h : 98h = 38

6.37) Fräulein Itzeblitz hat 37 l Benzin getankt. Die Kassiererin verlangt 55,46€. Wieviel hat 1 l Benzin gekostet?

Für jeden Liter hat das Meßgerät den Literpreis dazuaddiert.
37 mal der gleiche Betrag ergab 55,46€. Das führt zu einer ähnlichen Vorstellung und zum gleichen Lösungsweg, wie bei der vorherigen Aufgabe.